

Prova d'esame n. 7

- 1 Un solido è formato da un cubo con una cavità a forma di piramide regolare quadrangolare. Sapendo che il vertice della piramide coincide con il centro del cubo, che la superficie laterale del cubo è 256 cm^2 e lo spigolo di base della piramide misura 6 cm calcola:
- l'area della superficie totale e il volume del solido;
 - la massa del solido sapendo che è di cristallo ($d = 3,5 \text{ g/cm}^3$).

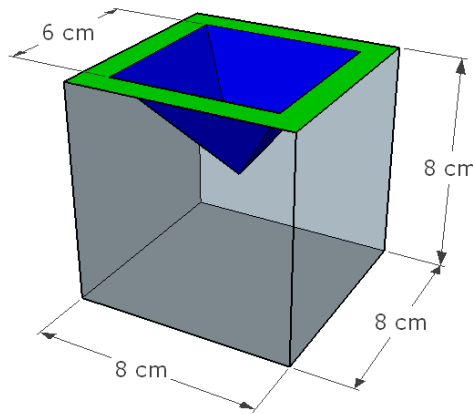
Procedimento:

La superficie laterale del cubo è formata da 4 facce a forma di quadrato, quindi:

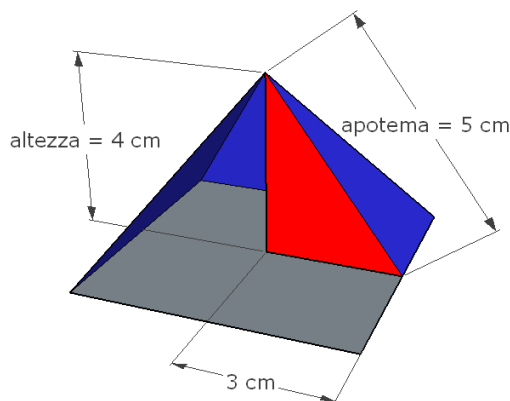
$$\text{area di una faccia} = \frac{256}{4} = 64 \text{ cm}^2$$

Lo spigolo del cubo si trova estraendo la radice quadrata:

$$\text{spigolo del cubo} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$



(a) Per calcolare l'area laterale della piramide ci occorre l'apotema. Lo troviamo con Pitagora applicato al triangolo rettangolo (in rosso):



$$\text{apotema} = \sqrt{\text{altezza}^2 + \left(\frac{\text{lato base piramide}}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$$

L'area totale del solido in figura è composta da:

(1) 5 facce quadrate = $5 \times 64 = 320 \text{ cm}^2$

(2) la sesta faccia meno la base della piramide (in verde) = $64 - 6^2 = 64 - 36 = 28 \text{ cm}^2$

(3) la superficie laterale della piramide (in blu) = $\frac{\text{perimetro base piramide} \times \text{apotema}}{2} =$

$$\frac{(6 \times 4) \times 5}{2} = \frac{24 \times 5}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

area totale solido = $320 + 28 + 60 = 408 \text{ cm}^2$

Il volume del solido si calcola sottraendo a quello del cubo il volume della cavità a forma di piramide:

volume solido = volume cubo - volume piramide =

$$= \text{spigolo cubo}^3 - \frac{\text{area base piramide} \times \text{altezza piramide}}{3} = 8^3 - \frac{6^2 \times 4}{3} = 512 - 48 = 464 \text{ cm}^3$$

Infine la massa del solido si calcola moltiplicando il volume per il peso specifico:

massa solido = volume \times peso specifico = $464 \times 3,5 = 1624 \text{ grammi} = 1,624 \text{ kg}$

- 2 Considera l'insieme dei parallelepipedi rettangoli che hanno per base rettangoli di area 8 cm^2 . Completa la tabella.

altezza (in cm)	volume (in cm^3)
1	8
2
3
.....	40
7
.....	64
10

- (a) Ti pare che la relazione che lega il volume del parallelepipedo rettangolo a una delle sue dimensioni sia una proporzionalità? Perché?
- (b) Indica con x l'altezza e con y il volume dei parallelepipedi dell'insieme. Scrivi l'equazione di y in funzione di x .
- (c) Disegna su carta millimetrata il grafico cartesiano. Che tipo di grafico ottieni?

Procedimento: Per completare la tabella ricordiamo che il volume di un parallelepipedo rettangolo, con area di base di 8 cm^2 , si calcola in questo modo:

$$\text{volume parallelepipedo} = \text{area di base} \times \text{altezza} = 8 \times \text{altezza}$$

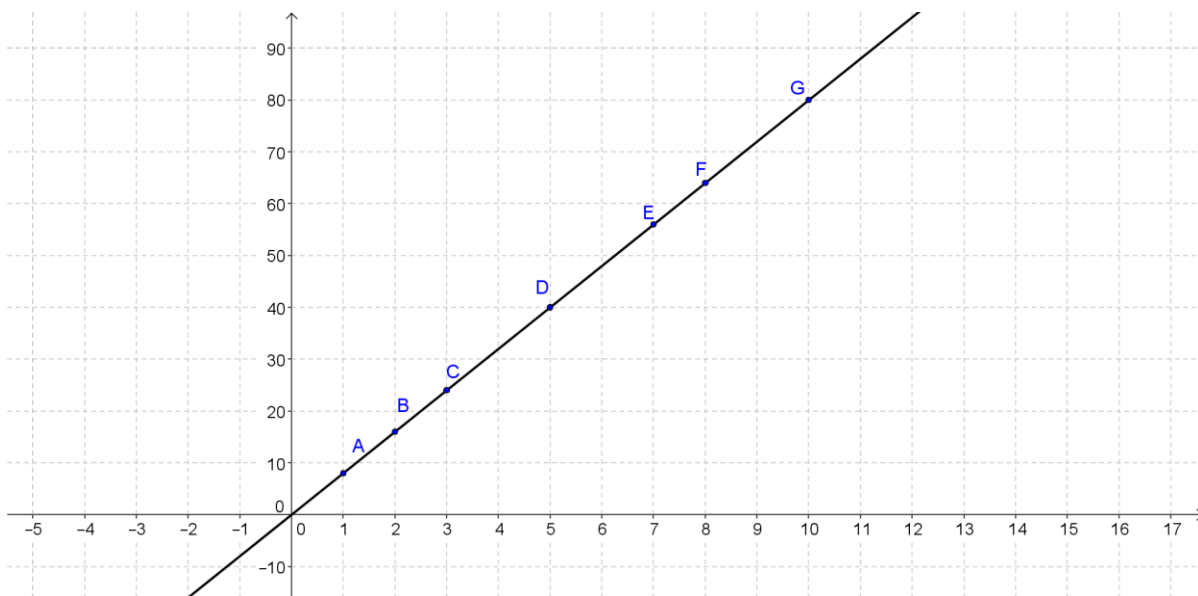
Altezza in cm	Volume in cm^3
1	$8 \times 1 = \mathbf{8}$
2	$8 \times 2 = \mathbf{16}$
3	$8 \times 3 = \mathbf{24}$
5	$8 \times 5 = \mathbf{40}$
7	$8 \times 7 = \mathbf{56}$
8	$8 \times 8 = \mathbf{64}$
10	$8 \times 10 = \mathbf{80}$

(a) si tratta di **proporzionalità diretta** in quanto al crescere dell'altezza, cresce anche il volume. In questo caso, la **costante di proporzionalità** k vale 8.

(b) la relazione tra volume ed altezza, espressa con le variabili indicate, è:

$$y = 8 \cdot x$$

(c) Si tratta di una retta:



3 Considera questi insiemi numerici: insieme N dei numeri *naturali*, insieme Q dei numeri *razionali*, insieme Z dei numeri *relativi*.

In quale insieme trovi il numero che ti serve per esprimere:

- (a) il numero di libri di una libreria;
- (b) la temperatura (senza decimali) di una città europea in un giorno d'inverno;
- (c) il numero di scarpe di un ragazzo della tua città;
- (d) il numero di abitanti di una città;
- (e) la soluzione dell'equazione $2x + 7 = 4$;
- (f) la tua altezza in millimetri;
- (g) la capacità di una bottiglia;
- (h) la soluzione dell'equazione $\frac{4}{3} + x = 7$.

Procedimento:

- (a) **N** il numero di libri è un intero positivo;
- (b) **Z** la temperatura, misurata senza decimali, può essere anche negativa, quindi i numeri che la rappresentano sono interi relativi (positivi o negativi);
- (c) **Q** il numero di scarpe potrebbe essere anche $40\frac{1}{2}$ per cui si tratta di un numero razionale;
- (d) **N** il numero di abitanti è sempre un numero intero positivo;
- (e) **Q** perché l'equazione ha come soluzione $-\frac{3}{2}$, numero razionale;

(f) **N** se esprimo l'altezza in millimetri, non usiamo decimali, quindi bastano i numeri interi;

(g) **Q** una bottiglia può essere da mezzo litro o da tre quarti di litro, quindi la sua capacità si esprime con un numero razionale;

(h) **Q** infatti la soluzione è $\frac{17}{3}$ che è un numero razionale.

4 Hai un mazzo di carte da 40.

(a) Qual è la probabilità di estrarre una carta di fiori?

(b) Qual è la probabilità di estrarre una figura?

(c) Qual è la probabilità di estrarre una figura di quadri?

Procedimento: Ricordiamo che la probabilità si calcola con questo quoziente:

$$\text{probabilità} = \frac{\text{casi favorevoli}}{\text{casi possibili}}$$

$$(a) \frac{\text{carte di fiori}}{40 \text{ carte}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$(b) \frac{\text{figura}}{40 \text{ carte}} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$$

$$(a) \frac{\text{figura di quadri}}{40 \text{ carte}} = \frac{3}{40} = 0,075 = 7,5\%$$