

### Prova d'esame n. 10

- 1 Una piramide quadrangolare regolare ha l'apotema di 19,5 cm e l'area della superficie di base di 225 cm<sup>2</sup>.

Determina:

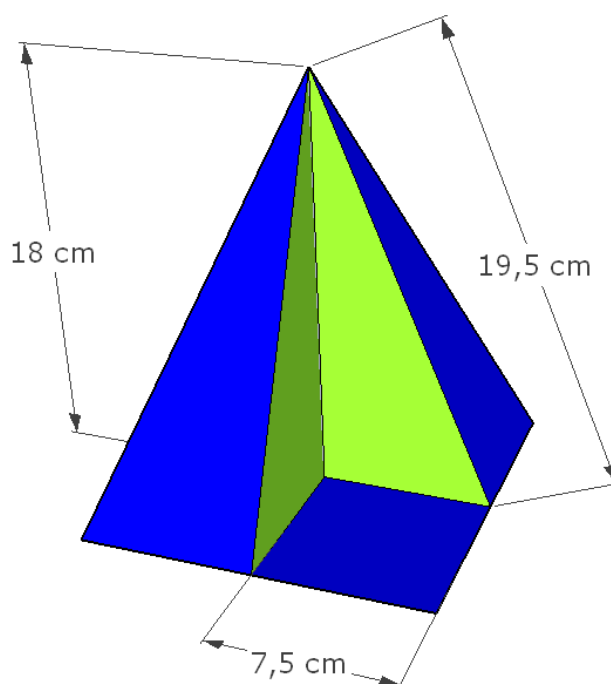
- (a) l'area della superficie totale e il volume della piramide;
- (b) l'area della superficie laterale di un cilindro equivalente alla piramide e avente come base un cerchio come quello inscritto nella base della piramide;
- (c) la massa della piramide che è di legno (densità 0,9 g/cm<sup>3</sup>).

(Utilizza per  $\pi$  il valore approssimato 3,14).

#### Procedimento:

Il lato della base quadrata si trova con la formula inversa:

$$\text{lato di base} = \sqrt[2]{\text{area base}} = \sqrt[2]{225} = 15 \text{ cm}$$



Con Pitagora applicato al triangolo rettangolo (verde) troviamo l'altezza della piramide:

$$\text{altezza piramide} = \sqrt[2]{\text{apotema}^2 - \left(\frac{\text{lato di base}}{2}\right)^2} = \sqrt[2]{19,5^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \sqrt[2]{380,25 - 56,25} = 18 \text{ cm}$$

$$(a) \text{ volume piramide} = \frac{\text{area di base} \times \text{altezza}}{3} = \frac{225 \times 18}{3} = 1350 \text{ cm}^3$$

$$\text{Area laterale piramide} = \frac{\text{perimetro base} \times \text{apotema}}{2} = \frac{15 \times 4 \times 19,5}{2} = 585 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area totale piramide} = \text{area laterale} + \text{area di base} = 585 + 225 = 810 \text{ cm}^2$$

(b) Il cerchio inscritto alla base della piramide ha il raggio=7,5 cm

$$\text{Area cerchio di base del cilindro} = \pi \cdot \text{raggio}^2 = 3,14 \times 7,5^2 = 176,625 \text{ cm}^2$$

$$\text{Altezza del cilindro} = \frac{\text{volume}}{\text{area cerchio di base}} = \frac{1350}{176,625} \cong 7,64 \text{ cm}$$

$$\text{Area laterale cilindro} = \text{circonferenza} \times \text{altezza} = 2\pi \cdot \text{raggio} \cdot 8 = 6,28 \cdot 7,6 \cdot 7,64 \cong 360 \text{ cm}^2$$

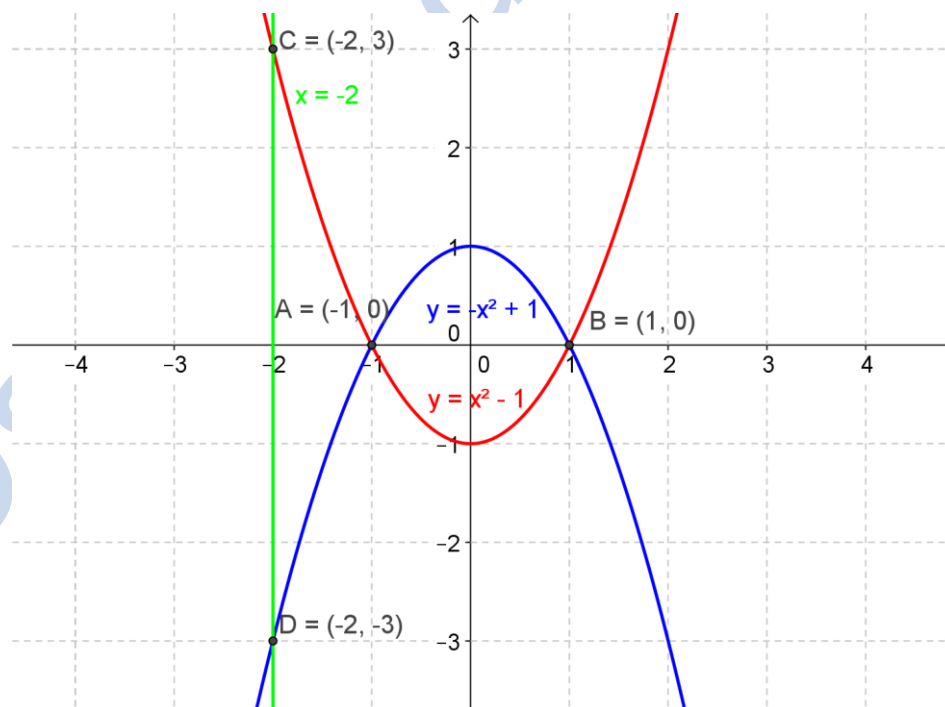
(c)  $\text{Massa} = \text{volume} \times \text{densita}' = 1350 \times 0,9 = 1216 \text{ grammi}$

2 Rappresenta graficamente le funzioni:

$$y = x^2 - 1 \quad \text{e} \quad y = 1 - x^2$$

- Rispetto a quale asse le curve disegnate sono simmetriche una dell'altra? Perché?
- La retta di equazione  $x = -2$  interseca entrambe le curve?
- Scrivi le coordinate degli eventuali punti di intersezione.

**Procedimento:**



(a) Le due curve (rossa e blu) sono simmetriche rispetto all'asse orizzontale delle ascisse perché i punti delle due curve con uguale ascissa, hanno ordinata opposta.

(b) Sì, la retta (verde) interseca entrambe le curve nei punti C (-2, 3) e D (-2, -3)

(c) Le due curve si intersecano nei punti A (-1, 0) e B (1, 0)

**3** Risolvi le seguenti equazioni:

(a)  $3x + \frac{5}{2}(x-1) = 3$

(b)  $(x-1)^2 - (x+2) = (x+2)(x-2)$

(c)  $(2x+1)(2x-1) - 5x = 2x(2x-3)$

(d)  $\frac{2x}{3} - \frac{3(x+1)}{2} + (x-1)^2 = (x+3)(x-3)$

Fra le equazioni date ne esistono alcune equivalenti. Quali sono?

**Procedimento:**

(a)  $3x + \frac{5}{2}(x-1) = 3$  *moltiplico entrambi i membri per il denominatore 2*

$$6x + 5(x-1) = 6$$

$$6x + 5x - 5 = 6$$

$$11x = 6 + 5$$

$$11x = 11$$

$$\frac{11x}{11} = \frac{11}{11}$$

$$x = 1$$

(b)  $(x-1)^2 - (x+2) = (x+2)(x-2)$  *applico le proprietà dei prodotti notevoli*

$$x^2 - 2x + 1 - x - 2 = x^2 - 4$$
 *porto a sinistra i termini incogniti e a destra i termini noti*

$$x^2 - 3x - x^2 = -4 - 1 + 2$$

$$-3x = -3$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-3}{-3}$$

$$x = 1$$

$$(c) (2x + 1)(2x - 1) - 5x = 2x(2x - 3)$$

$$(4x^2 - 1) - 5x = 4x^2 - 6x$$

$$4x^2 - 5x - 4x^2 + 6x = 1$$

$$x = 1$$

$$(d) \frac{2x}{3} - \frac{3(x+1)}{2} + (x-1)^2 = (x+3)(x-3) \quad \text{moltiplichiamo per il m. c. m.} = 6$$

$$6 \cdot \frac{2x}{3} - 6 \cdot \frac{3(x+1)}{2} + 6 \cdot (x-1)^2 = 6 \cdot (x+3)(x-3)$$

$$4x - 9(x+1) + 6 \cdot (x^2 - 2x + 1) = 6 \cdot (x^2 - 9)$$

$$4x - 9x - 9 + 6x^2 - 12x + 6 = 6x^2 - 54$$

$$4x - 9x + 6x^2 - 12x - 6x^2 = -54 + 9 - 6$$

$$-17x = -51$$

$$\frac{-17x}{-17} = \frac{-51}{-17}$$

$$x = 3$$

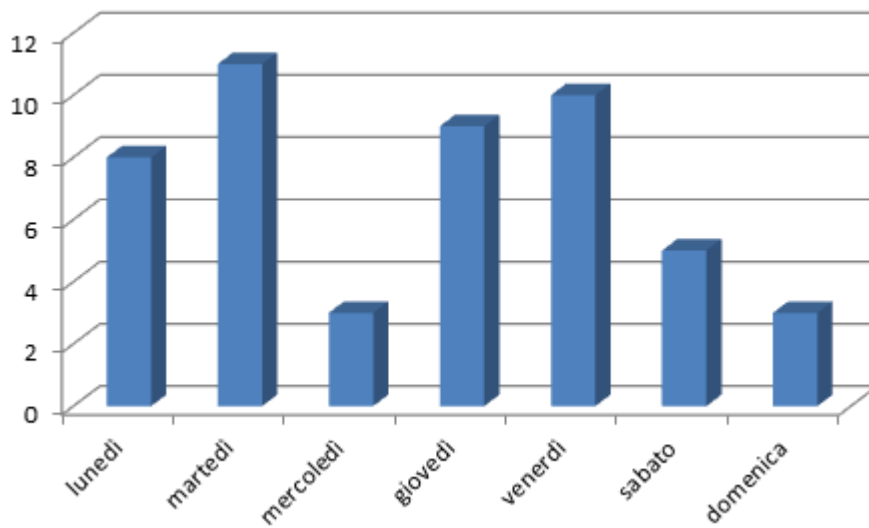
- 4 Nel reparto di Ostetricia è stato registrato in ciascuno dei giorni di una settimana il numero delle nascite indicato nella tabella.

| <i>lunedì</i> | <i>martedì</i> | <i>mercoledì</i> | <i>giovedì</i> | <i>venerdì</i> | <i>sabato</i> | <i>domenica</i> |
|---------------|----------------|------------------|----------------|----------------|---------------|-----------------|
| 8             | 11             | 3                | 9              | 10             | 5             | 3               |

- (a) Rappresenta il numero delle nascite con un diagramma a colonne.
- (b) Quali sono la media aritmetica, la mediana e la moda della successione di tali dati?
- (c) Calcola il tasso percentuale delle nascite in ciascun giorno della settimana, riferito al totale. (Arrotonda, se necessario, alla prima cifra decimale.)

## Procedimento:

(a)



(b) La media aritmetica si calcola sommando i dati e dividendo per il numero dei dati:

$$\text{media aritmetica} = \frac{8 + 11 + 3 + 9 + 10 + 5 + 3}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

La mediana si trova mettendo in ordine crescente i valori e scegliendo il valore che cade in mezzo:

3; 3; 5; **8**; 9; 10; 11

La mediana è: **8**

La moda è il valore che compare con più frequenza: il **3**

(c) Il totale delle nascite è 49, calcoliamo il tasso percentuale relativo ad ogni giorno della settimana trasformando ogni frazione in percentuale:

$$\text{lunedì}' = \frac{8}{49} = 0,163 = 16,3\%; \text{martedì}' = \frac{11}{49} = 0,224 = 22,4\%; \text{mercoledì}' = \frac{3}{49} = 0,061 = 6,1\%$$

$$\text{giovedì}' = \frac{9}{49} = 0,184 = 18,4\%; \text{venerdì}' = \frac{10}{49} = 0,204 = 20,4\%; \text{sabato} = \frac{5}{49} = 0,102 = 10,2\%$$

$$\text{domenica} = \frac{3}{49} = 0,061 = 6,1\%$$