

Come risolvere i quesiti della Prova Nazionale di Terza Media (INVALSI)

Anno Scolastico 2007/2008

C1. Le potenze $\left(\frac{4}{3}\right)^2$ e $\frac{4^2}{3}$ hanno lo stesso valore?

A. No, la prima vale $\frac{16}{3}$ e la seconda $\frac{16}{9}$.

B. No, la prima vale $\frac{16}{9}$ e la seconda $\frac{16}{3}$.

C. Sì, valgono entrambe $\frac{16}{3}$.

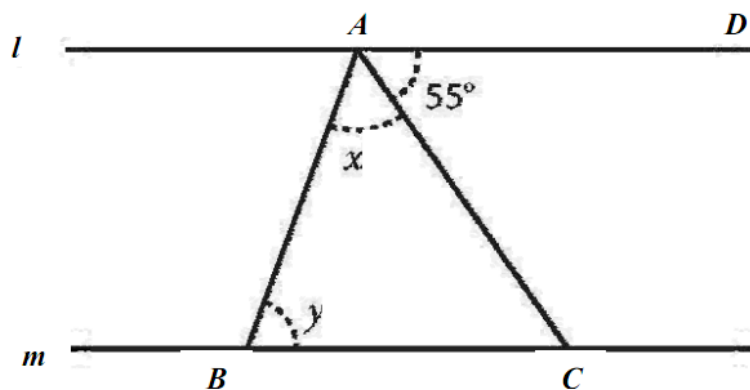
D. Sì, valgono entrambe $\frac{16}{9}$.

Soluzione: La risposta corretta è B. perché senza la parentesi l'esponente si applica solo al numeratore:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{9}$$

$$\frac{4^2}{3} = \frac{4 \times 4}{3} = \frac{16}{3}$$

C2. Nella figura, la retta l è parallela alla retta m . La misura dell'angolo $D\hat{A}C$ è 55° .



Quanto misura la somma degli angoli: $x + y$?

A. 55°

B. 110°

C. 125°

D. 135°

Soluzione: Consideriamo le rette parallele l ed m tagliate dalla trasversale AC , allora gli angoli $\hat{A}CB$ e $\hat{D}AC$ sono alterni interni e quindi uguali tra loro. Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo vale 180° abbiamo che:

$$x + y = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

Per cui la risposta esatta è la C.

C3. Una mamma deve somministrare al figlio convalescente 150 mg di vitamina C ogni giorno. Avendo a disposizione compresse da 0,6 g quante compresse al giorno deve dare al figlio?

- A. Un quarto di compressa.
- B. Una compressa.
- C. 2 compresse e mezzo.
- D. 4 compresse.

Soluzione: trasformiamo i grammi in milligrammi moltiplicando per 1.000, quindi una pastiglia da 0,6 grammi = $0,6 \times 1.000$ vale 600 milligrammi. Se la mamma deve somministrare 150 milligrammi allora dovrà dare al figlio 150 mg su 600 mg, cioè

$\frac{150}{600}$, semplifichiamo la frazione dividendo sia il numeratore che il denominatore per 150: $\frac{150:150}{600:150} = \frac{1}{4}$. Quindi la risposta corretta è la A.: un quarto di compressa.

C4. Vuoi costruire un portapenne di forma cilindrica, di volume $192\pi \text{ cm}^3$. Se il diametro di base misura 8 cm, quanto sarà alto il portapenne?

- A. 3 cm
- B. 6 cm
- C. 9 cm
- D. 12 cm

Soluzione: Se il diametro di base misura 8 cm, allora il raggio di base misura la metà: 4 cm. Ricordiamo la formula per calcolare il *Volume di un cilindro*: *Area di base* \times *altezza*. La formula inversa mi dice che: *Altezza* = $\frac{\text{Volume}}{\text{Area di base}}$

$$\text{Altezza} = \frac{\text{Volume}}{\text{Area di base}}$$

L'Area di base è: $\text{Area cerchio} = \pi r^2 = \pi 4^2 = \pi 16$

$$\text{Quindi: } \text{Altezza} = \frac{\text{Volume}}{\text{Area di base}} = \frac{192\pi}{16\pi} = 12 \text{ cm}$$

La risposta corretta è la D.

- C5. In ottobre un maglione costa 100 euro. Prima di Natale il suo prezzo è aumentato del 20%. Nel mese di gennaio, con i saldi, il costo del maglione si è ribassato del 10% rispetto al prezzo natalizio. Quale affermazione è vera?
- A. Il maglione in gennaio ha un costo pari a quello di ottobre.
 - B. Il maglione in gennaio ha un costo maggiore rispetto a quello di ottobre dell'8%.
 - C. Il maglione in gennaio ha un costo inferiore rispetto a quello di ottobre del 10%.
 - D. Il maglione da ottobre a gennaio ha subito un rincaro del 10%.

Soluzione: Prima di Natale il prezzo è aumentato del 20%, quindi:

$$100\text{€} + \frac{20}{100} \times 100\text{€} = 100\text{€} + 20\text{€} = 120\text{€}$$

Nel mese di gennaio il costo del maglione si è ribassato del 10%:

$$120\text{€} - \frac{10}{100} \times 120\text{€} = 120\text{€} - 12\text{€} = 108\text{€}$$

Quindi a gennaio il maglione, che inizialmente costava 100 €, costa 108 €.

Il suo prezzo è dunque aumentato del $\frac{108-100}{100} = \frac{8}{100} = 8\%$

La risposta corretta è la B.

- C6. Quale è il perimetro di un quadrato la cui area è di 100 m²?

Risposta _____ m

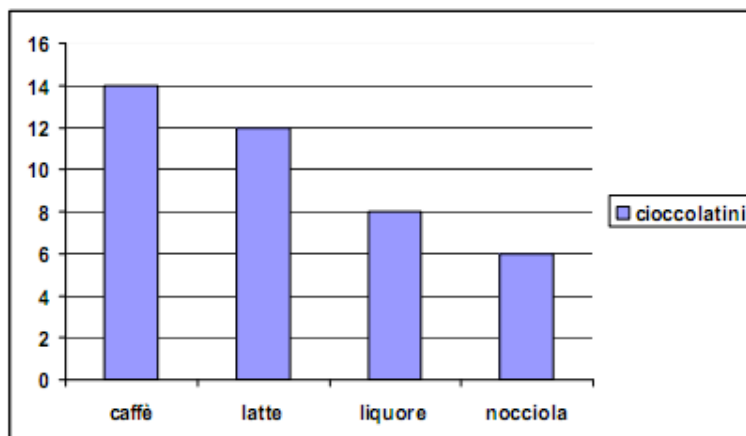
Scrivi il procedimento che hai seguito.

Soluzione: Se l'area di un quadrato è di 100 m² allora il suo lato misura:

$$\text{lato} = \sqrt[2]{100} = 10\text{ m} \text{ per cui il perimetro è } \text{lato} \times 4 = 10 \times 4 = 40\text{ m}$$

La risposta corretta è: 40 m

C7. Il grafico mostra il numero dei cioccolatini di diversi gusti contenuti in una scatola.



Prendendo un cioccolatino a caso, qual è la probabilità di scegliere un cioccolatino alla nocciola?

- A. $\frac{6}{14}$
- B. $\frac{6}{40}$
- C. $\frac{6}{34}$
- D. $\frac{1}{4}$

Soluzione: Per calcolare la probabilità dobbiamo prima contare quanti cioccolatini ci sono in tutto: 14 al caffè + 12 al latte + 8 al liquore + 6 alla nocciola = 40 cioccolatini. La probabilità sarà quindi di: $\frac{6 \text{ alla nocciola}}{40 \text{ in tutto}} = \frac{6}{40}$

La risposta corretta è la B.

C8. Un padre e i suoi quattro figli si dividono la cifra vinta al Totocalcio in questo modo: al padre spetta $\frac{1}{3}$ dell'intera somma, e il rimanente viene diviso in parti uguali tra i figli.

Quale frazione della somma spetta a ognuno dei figli?

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

Soluzione: Se al padre spetta $\frac{1}{3}$ dell'intera somma, ai figli spetta il rimanente, cioè l'intera somma meno un terzo, cioè: $1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$ della somma totale.

Ai figli spettano quindi i $\frac{2}{3}$ dell'intera somma. Poiché i figli sono 4 dobbiamo dividere $\frac{2}{3}$ per 4, cioè $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} : \frac{4}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{2:2}{12:2} = \frac{1}{6}$

La risposta corretta è la D.

C9. In una tavoletta babilonese del 1800 a.c. si legge il seguente quesito:

“Un bastone lungo 10 unità è appoggiato ad un muro (figura a). Poi, scivola di 2 unità (figura b). Di quante unità il piede del bastone si è allontanato dalla base del muro?”.

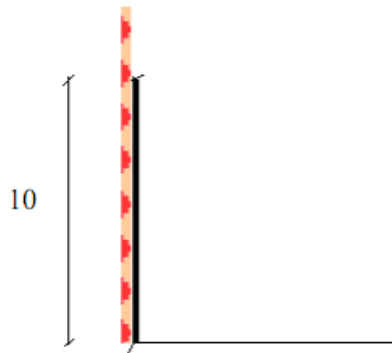


figura a

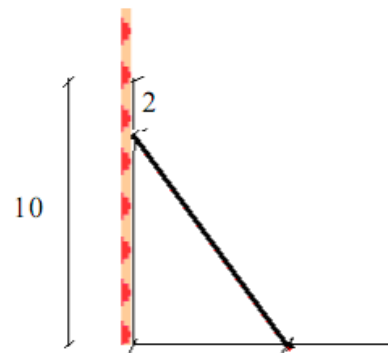


figura b

- A. 6 unità.
- B. 8 unità.
- C. 10 unità.
- D. 12 unità.

Soluzione: Considerando il muro perfettamente verticale e il pavimento perfettamente orizzontale, possiamo dire che il triangolo della figura b sia rettangolo. Allora nella figura b il bastone è l'ipotenusa del triangolo rettangolo mentre il cateto maggiore misura $10 - 2 = 8$ unità. Per calcolare di quante unità si è allontanato il piede del bastone dal muro usiamo il teorema di Pitagora che dice:

$$\text{cateto minore} = \sqrt{\text{ipotenusa}^2 - \text{cateto maggiore}^2}$$

$$\text{Per cui: } \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \text{ unità}$$

La risposta corretta è la A.

C10. Una bottiglia di vetro, che vuota pesa 260 g, contiene 350 g di succo di frutta mentre una bottiglia di vetro, che vuota pesa 320 g, ne contiene 700 g.

Quanto vetro si risparmia confezionando 6 bottiglie da 700 g invece che 12 da 350 g?

Risposta _____

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Soluzione:

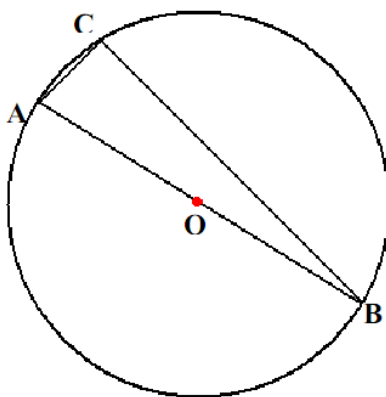
Se confezioniamo 6 bottiglie da 700 grammi avremo $6 \times 700 = 4.200$ grammi di succo, usando $6 \times 320 = 1.920$ grammi di vetro.

Se invece confezioniamo 12 bottiglie da 350 grammi avremo sempre gli stessi $12 \times 350 = 4.200$ grammi di succo, usando però $12 \times 260 = 3.120$ grammi di vetro.

Quindi si risparmiano $3.120 - 1.920 = 1.200$ grammi di vetro.

La risposta corretta è 1.200 grammi.

C11. Il triangolo ABC è iscritto in una circonferenza di centro O, come in figura.



Il triangolo ABC è un triangolo rettangolo?

Sì

No

Spiega la risposta.

Soluzione: La risposta corretta è "Sì". Perché è inscritto in un semicerchio, oppure perché l'angolo alla circonferenza \widehat{ACB} è metà dell'angolo al centro \widehat{AOB} che insiste sullo stesso arco e l'angolo \widehat{AOB} è un angolo piatto.

C12. Alcuni fiammiferi sono disposti come indicato nelle figure.

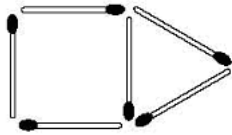


Figura 1

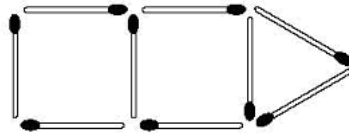


Figura 2

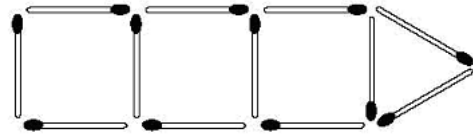


Figura 3

Se si continua la sequenza delle figure, quanti fiammiferi verranno usati per fare la figura 10?

- A. 30
- B. 33
- C. 36
- D. 42

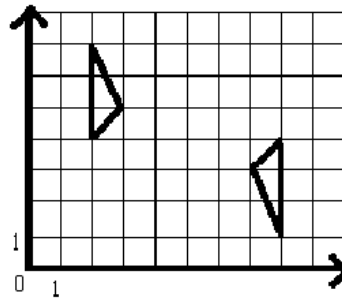
Soluzione: Contando i fiammiferi osserviamo che la sequenza numerica è:

6; 9; 12; ... il successivo aumenta di tre. Per cui la figura 10 avrà:

6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33

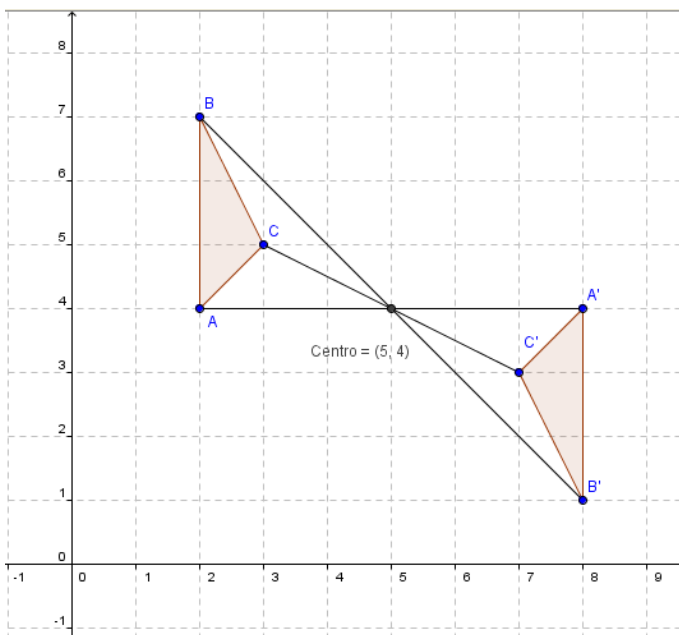
33 fiammiferi. La risposta corretta è la B.

C13 I due triangoli A e B sul piano cartesiano sono ottenuti con una simmetria centrale.
Quali sono le coordinate del centro di simmetria?

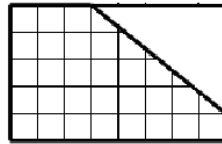


- A. (4; 4)
- B. (4; 5)
- C. (5;4)
- D. (5;5)

Soluzione: Se congiungiamo i vertici corrispondenti AA' , BB' , CC' troviamo che si intersecano nel centro di simmetria di coordinate (5; 4). La risposta corretta è la C.



C14. Da una lamiera a forma rettangolare viene eliminata la parte non quadrettata come in figura.



Quale percentuale della superficie della lamiera è rimasta?

- A. 60%
- B. 70%
- C. 75%
- D. 80%

Soluzione: Troviamo l'area della lamiera intera: $8 \times 5 = 40$ unità quadrate.

La parte eliminata ha l'area di: $\frac{5 \times 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$ unità quadrate.

Per cui la parte rimasta sarà di $40 - 10 = 30$ unità quadrate.

La percentuale la troviamo risolvendo questa proporzione: $\frac{30}{40} = \frac{x}{100}$

Per cui $x = \frac{30 \times 100}{40} = \frac{3000}{40} = 75\%$ La risposta corretta è la C.

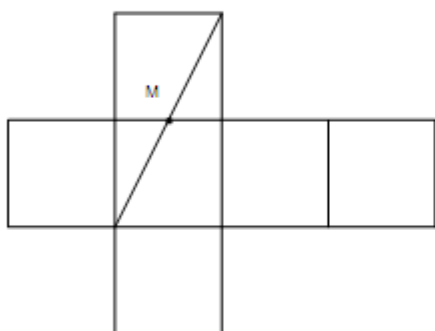
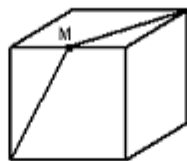
C15. Quale delle seguenti disuguaglianze è vera?

- A. $-\frac{17}{16} < -\frac{16}{17}$
- B. $+\frac{17}{16} < -\frac{16}{17}$
- C. $-\frac{17}{16} > +\frac{16}{17}$
- D. $+\frac{17}{16} < +\frac{16}{17}$

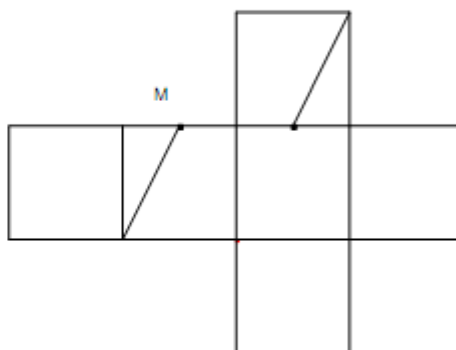
Soluzione: Caso B. un numero positivo non può essere mai minore di uno negativo: falso. Caso C. un numero negativo non può mai essere maggiore di uno negativo: falso. Caso D. $\frac{17}{16}$ è una frazione propria, maggiore di 1; non può essere minore di $\frac{16}{17}$ frazione propria, minore di 1: falso.

L'unico caso vero è A. perché la frazione negativa $-\frac{17}{16}$ è minore della frazione negativa $-\frac{16}{17}$. La risposta corretta è la A.

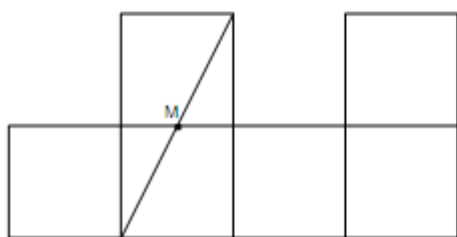
- C16. La figura rappresenta un cubo ed M è il punto medio dello spigolo.
 Quale dei seguenti sviluppi piani corrisponde al cubo qui disegnato?



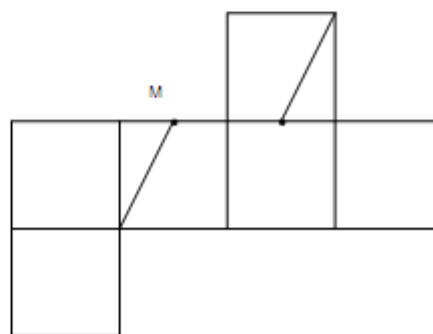
A.



B.



C.



D.

Soluzione: Lo sviluppo C. non forma un cubo, gli sviluppi B. e D. possono diventare cubi, ma i segmenti che passano per il punto M non sarebbero allineati, per cui l'unico sviluppo che forma il cubo di partenza è A.

La risposta corretta è A.

C17. Se x è un numero compreso tra 6 e 9, allora il numero $(x+5)$ fra quali numeri è compreso?

- A. 1 e 4
- B. 10 e 13
- C. 11 e 14
- D. 30 e 45

Soluzione: Se x è compreso tra 6 e 9 allora il numero $(x + 5)$ sarà compreso tra $(6+5)$ e $(9+5)$ cioè tra 11 e 14. La risposta corretta è la C.

C18. Qual è il valore di x che soddisfa l'equazione $3(2x - 1) + 2x = 21$?

- A. -3
- B. $-\frac{11}{4}$
- C. $\frac{11}{4}$
- D. 3

Soluzione: $3(2x - 1) + 2x = 21$; moltiplichiamo 3 per il contenuto della parentesi tonda: $6x - 3 + 2x = 21$; sommiamo i termini simili: $8x - 3 = 21$; portiamo il -3 a destra: $8x = +3 + 21$ sommiamo 3 e 21: $8x = 24$; dividiamo entrambi i membri dell'equazione per 8: $\frac{8x}{8} = \frac{24}{8}$ avremo che: $x = 3$

La risposta corretta è la D.

C19. In un'indagine sul numero di gelati consumati a Ferragosto sono state intervistate 100 persone. La seguente tabella registra le risposte.

| Numero gelati | Numero persone |
|---------------|----------------|
| 0 | 9 |
| 1 | 53 |
| 2 | 21 |
| 3 | 15 |
| 4 | 0 |
| 5 | 2 |

a) Quanti intervistati hanno mangiato almeno 2 gelati?

- A. 15
- B. 17
- C. 21
- D. 38

b) Qual è la media dei gelati mangiati dagli intervistati?

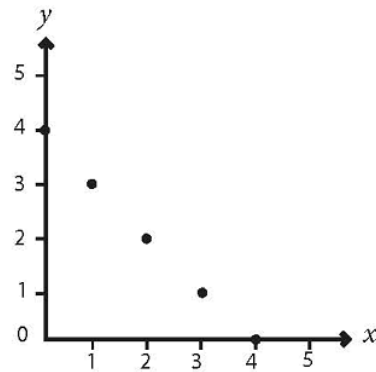
Risposta _____

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Soluzione: Risposta a) Hanno mangiato almeno 2 gelati, significa che hanno mangiato 2 o più gelati: $21+15+0+2=38$. La risposta corretta è la D.

Risposta b) La media dei gelati mangiati si ottiene dividendo il numero dei gelati mangiati per il numero di persone che hanno mangiato gelati. 53 persone hanno mangiato 1 gelato = $53 \times 1 = 53$ gelati; 21 persone hanno mangiato 2 gelati = $21 \times 2 = 42$ gelati; 15 persone hanno mangiato 3 gelati = $15 \times 3 = 45$ gelati; 2 persone hanno mangiato 5 gelati = $2 \times 5 = 10$. In totale sono stati mangiati: $53+42+45+10=150$ gelati da: $9+53+21+15+2=100$ persone. Per cui la media sarà di $\frac{150}{100} = 1,5$ cioè un gelato e mezzo a persona.

- C20. Se x e y sono numeri interi, quali tra le seguenti è la relazione tra x e y per i punti disegnati nel grafico?



- A. $x + 4y = 4$
- B. $x + y = 4$
- C. $y = x - 4$
- D. $x = y - 4$

Soluzione: Scriviamo le coordinate dei punti indicati.

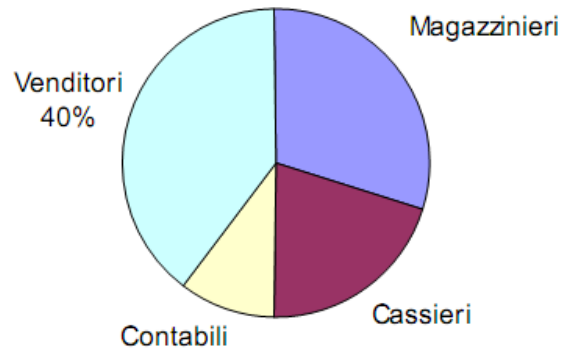
Il primo punto in alto a sinistra è $(0; 4)$ il secondo è $(1; 3)$ il terzo $(2; 2)$ il quarto $(3; 1)$ e l'ultimo in basso a destra è $(4; 0)$.

Ricordando che il primo valore indica la x e il secondo valore indica la y vediamo che l'unica relazione che soddisfa tutti e 4 i punti è la B. $x + y = 4$ infatti in tutti e quattro i punti la somma della ascissa e della ordinata è sempre uguale a 4.

La risposta corretta è la B.

C21. In una grande libreria gli impiegati sono così suddivisi:

| Mansione | Numero di impiegati |
|--------------|---------------------|
| Magazzinieri | ? |
| Cassieri | 4 |
| Venditori | 8 |
| Contabili | 2 |



Qual è il numero dei magazzinieri?

Risposta _____

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Soluzione: Dal grafico vediamo che 8 venditori rappresentano il 40% del totale degli impiegati. Quindi possiamo scrivere questa proporzione:

$8 : x = 40 : 100$ (8 sta ad x come 40 sta a 100), risolvendola otteniamo che il numero totale di impiegati è di: $x = \frac{8 \times 100}{40} = 20$

Per trovare quanti sono i magazzinieri sottraggo dal totale degli impiegati il numero di cassieri, venditori e contabili: $20 - (4+8+2) = 20 - 14 = 6$

I magazzinieri sono 6. La risposta corretta è: 6