

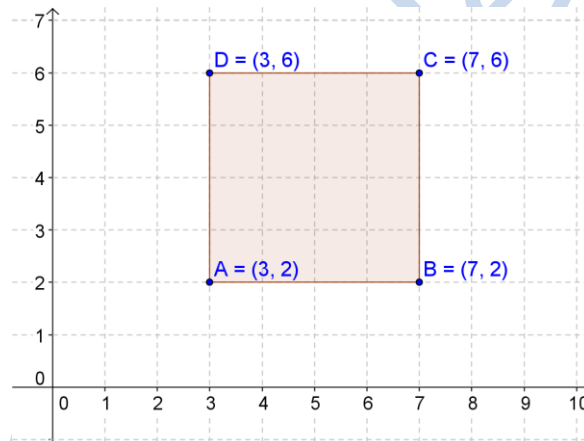
### Prova d'esame n. 12

- 1 In un piano cartesiano con unità di misura il centimetro ( $u = 1$  cm), rappresenta i seguenti punti e congiungili nell'ordine dato:

$$A(3; 2) \quad B(7; 2) \quad C(7; 6) \quad D(3; 6)$$

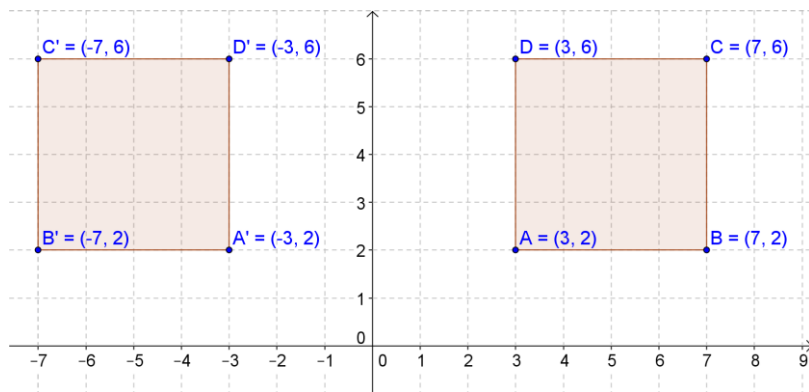
- Quale poligono hai ottenuto?
- Calcola la misura dei lati.
- Calcola la misura del perimetro e l'area.
- Disegna il poligono  $A'B'C'D'$  simmetrico al poligono  $ABCD$  rispetto all'asse delle ordinate ( $y$ ) e scrivi le coordinate di ogni punto.
- Nello stesso grafico rappresenta il punto  $K$  di coordinate  $(-10; 2)$  e congiungilo ai punti  $B'$  e  $C'$ .
- Hai ottenuto un trapezio; di quale tipo?
- Calcola il perimetro e l'area.
- Calcola la diagonale maggiore del trapezio (approssimata alla seconda cifra decimale).

### Procedimento:

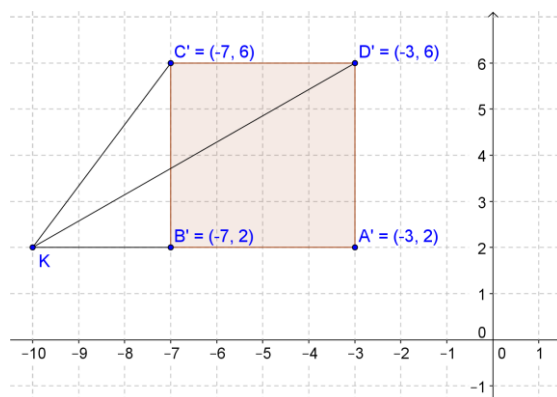


- Ho ottenuto un quadrato
- $AB = BC = CD = DA = 4$  cm
- $perimetro = lato \times 4 = 4 \times 4 = 16$  cm       $area = lato^2 = 4^2 = 16$  cm<sup>2</sup>

(d)  $A'(-3; 2)$   $B'(-7; 2)$   $C'(-7; 6)$   $D'(-3; 6)$



(e)



(f) Ho ottenuto il trapezio rettangolo  $KA'D'C'$

(g)  $KB' = 3 \text{ cm}$ ;  $KA' = 3 + 4 = 7 \text{ cm}$

Con Pitagora calcoliamo  $KC' = \sqrt{KB'^2 + B'C'^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

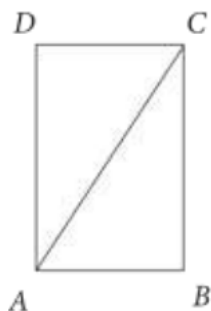
Perimetro =  $KA' + A'D' + D'C' + C'K = 7 + 4 + 4 + 5 = 20 \text{ cm}$

Area =  $\frac{(base\ maggiore + base\ minore) \times altezza}{2} = \frac{(KA' + C'D') \times A'D'}{2} = \frac{(7 + 4) \times 4}{2} = 22 \text{ cm}^2$

(h) Appliciamo Pitagora al triangolo rettangolo  $KA'D'$ .

$KD' = \sqrt{KA'^2 + A'D'^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65} \cong 8,06 \text{ cm}$

2 Un rettangolo come quello disegnato ha la base che misura 12 cm e l'altezza 35 cm.



- Calcola l'area e il perimetro.
- Calcola la diagonale del rettangolo.
- Ora immagina di far ruotare il rettangolo rispetto all'altezza  $BC$  e determina la superficie totale e il volume del cilindro ottenuto.
- Il precedente cilindro è equivalente a un cono con l'altezza che misura 105 cm. Calcola la misura del raggio.
- Se il cono considerato è un proiettile che viaggia alla velocità di 220 m/s, quanti metri avrà percorso dopo 3 secondi?

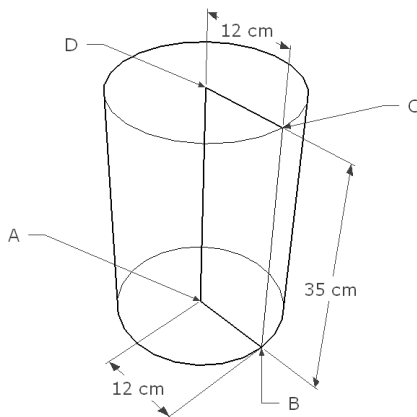
**Procedimento:**

(a)  $Area = base \times altezza = 12 \times 35 = 420 \text{ cm}^2$

$Perimetro = (base + altezza) \times 2 = (12 + 35) \times 2 = 47 \times 2 = 94 \text{ cm}$

(b) *Applichiamo Pitagora al triangolo ABC: Diagonale*  $= \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 35^2}$   
 $= \sqrt{144 + 1225} = \sqrt{1369} = 37 \text{ cm}$

(c) Questo è il cilindro che si ottiene:



Il raggio del cilindro AB = 12 cm e l'altezza BC = 35 cm, quindi

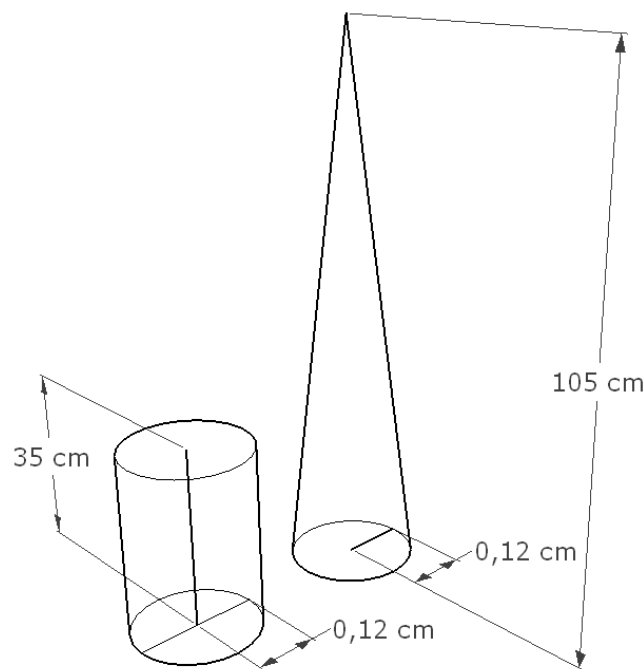
$$\text{Area cerchio di base} = \pi \cdot \text{raggio}^2 = \pi \cdot 144 = 452,16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area lat.} = \text{circonf} \cdot \text{altezza} = 2 \cdot \pi \cdot \text{raggio} \cdot \text{altezza} = 2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 35 = 840 \cdot \pi = 2637,6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area tot.} = \text{area lat.} + \text{area cerchi base} = 840 \cdot \pi + 2 \cdot \pi \cdot 144 = 1128 \cdot \pi = 3541,92 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume cilindro} = \text{area cerchio base} \times \text{altezza} = \pi \cdot 144 \times 35 = 5040 \cdot \pi = 15825,6 \text{ cm}^3$$

(d) Con la formula inversa troviamo l'area del cerchio di base del cono equivalente:



$$\text{Area cerchio base cono} = \frac{\text{volume cono} \times 3}{\text{altezza cono}} = \frac{5040 \cdot \pi \cdot 3}{105} = \frac{15120 \cdot \pi}{105} = 144 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

Con la formula inversa troviamo il raggio del cerchio di base del cono:

$$\text{raggio del cerchio di base del cono} = \sqrt{\frac{\text{area}}{\pi}} = \sqrt{\frac{144 \cdot \pi}{\pi}} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Notiamo che il raggio di base del cono è uguale al raggio di base del cilindro perché l'altezza del cono è 3 volte quella del cilindro ( $35 \times 3 = 105$ ) e i due solidi hanno lo stesso volume.

(e)  $Spazio = velocità \times tempo = 220 \frac{m}{s} \times 3 s = 660 \text{ metri}$

**3** Risolvi le seguenti equazioni e rispondi alle domande.

(a)  $6x + 14 = 30 - 2x$

(b)  $5x + 2 \cdot (2x - 5) = 4 \cdot (x - 1) + 2x$

(c)  $\frac{x-3}{7} + \frac{x+1}{3} = \frac{5x-1}{7} + \frac{5-x}{21}$

(d) Come definiresti le equazioni (a) e (b)?

(e) Trova il valore il cui quadruplo diminuito di cinque sia uguale al suo triplo aumentato di due.

**Procedimento:**

(a)  $6x + 14 = 30 - 2x$  porto le incognite a sinistra e i termini noti a destra

$$6x + 2x = 30 - 14$$

$$8x = 16$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$$

$$x = 2$$

(b)  $5x + 2 \cdot (2x - 5) = 4 \cdot (x - 1) + 2x$  risolvo le parentesi tonde

$5x + 4x - 10 = 4x - 4 + 2x$  porto le incognite a sinistra e i termini noti a destra

$$9x - 4x - 2x = -4 + 10$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

(c)  $\frac{x-3}{7} + \frac{x+1}{3} = \frac{5x-1}{7} + \frac{5-x}{21}$  multiplico per il m.c.m. dei denominatori = 21

$$21 \cdot \frac{x-3}{7} + 21 \cdot \frac{x+1}{3} = 21 \cdot \frac{5x-1}{7} + 21 \cdot \frac{5-x}{21}$$

$3 \cdot (x - 3) + 7 \cdot (x + 1) = 3 \cdot (5x - 1) + (5 - x)$  risolvo le parentesi tonde

$3x - 9 + 7x + 7 = 15x - 3 + 5 - x$  porto le incognite a sinistra e i termini noti a destra

$$3x + 7x - 15x + x = -3 + 5 + 9 - 7$$

$$-4x = +4$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{+4}{-4}$$

$$x = -1$$

(d) le equazioni (a) e (b) sono equivalenti perché hanno la stessa soluzione.

(e)  $4x - 5 = 3x + 2$       *porto le incognite a sinistra e i termini noti a destra*

$$4x - 3x = +2 + 5$$

$$x = 7$$

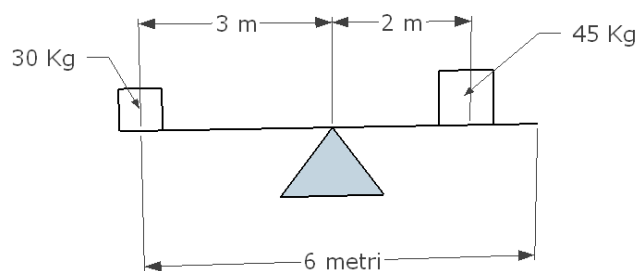
4 1. Due bambini si dondolano su un'altalena composta da un bastone lungo 6 m col fulcro posto a metà della sua lunghezza. Sapendo che il primo bambino pesa 45 kg e si trova a 2 m dal fulcro e il secondo bambino pesa 30 kg, calcola la distanza dal fulcro del secondo bambino.

2. Le lettere della parola *altalena* vengono scritte ognuna su un foglio di carta e poste all'interno di un'urna.

- (a) Calcola la probabilità di estrarre la lettera *a*.
- (b) Calcola la probabilità di estrarre una consonante.
- (c) calcola la probabilità di estrarre le lettere *l* o *e*.

### Procedimento:

1. Osserviamo lo schema:



Sappiamo che se la bilancia è in equilibrio, i due momenti devono essere uguali.

$$30 \cdot x = 45 \cdot 2$$

$$\frac{30 \cdot x}{30} = \frac{90}{30}$$

$$x = 3$$

Il secondo bambino dista 3 metri dal fulcro.

1. (a) La parola "altalena" ha 8 lettere e la "a" compare 3 volte. Quindi la probabilità di estrarre la lettera "a" è:

$$\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$$

1. (b) le consonanti della parola "altalena" sono 4, quindi la probabilità di estrarre una consonante è:

$$\frac{4}{8} = 0,5 = 50\%$$

1. (c) nella parola "altalena" le lettere "l" o "e" compaiono 3 volte, quindi la probabilità di estrarle è:

$$\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$$

Osmosi delle Idee