

**Prova d'esame n. 3**

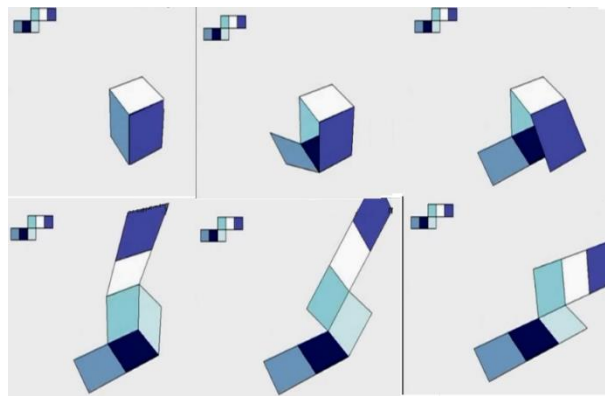
1 Quale delle due seguenti figure rappresenta lo sviluppo di un cubo?



Lo spigolo del cubo misura 1,5 cm. Calcola:

- (a) la lunghezza della diagonale;
- (b) l'area della superficie totale;
- (c) il volume;
- (d) la massa, sapendo che è di marmo (densità 2,8 g/cm<sup>3</sup>);
- (e) calcola inoltre le dimensioni delle possibili scatole che contengono 12 cubi in un solo strato.
- (f) Quale di tali scatole richiede, per la sua confezione, la minore superficie di cartone?

**Procedimento:** La seconda figura, a destra, rappresenta lo sviluppo di un cubo.



(a) Questa è la diagonale, si trova applicando Pitagora.

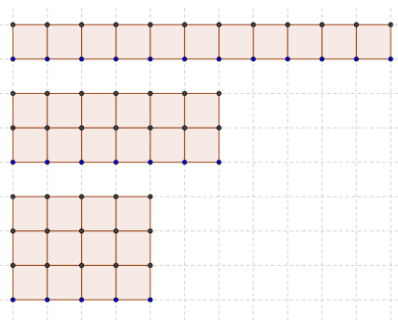
$$\text{Diagonale} = \sqrt[3]{\text{lato}^2 + \text{lato}^2 + \text{lato}^2} = \sqrt[3]{1,5^2 + 1,5^2 + 1,5^2} = \sqrt[3]{3 \cdot 1,5^2} = 1,5^2 \sqrt{3} = 2,598 \text{ cm}$$

(b) La superficie totale è la somma dei 6 quadrati =  $6 \times 1,5^2 = 13,5 \text{ cm}^2$

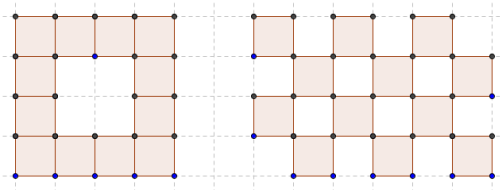
(c) Il volume =  $\text{lato}^3 = 1,5^3 = 3,375 \text{ cm}^3$

(d) La massa =  $\text{volume} \times \text{peso specifico} = 3,375 \times 2,8 = 9,45 \text{ grammi}$

(e) In un solo strato, si possono disporre 12 cubi in molti modi. Così:

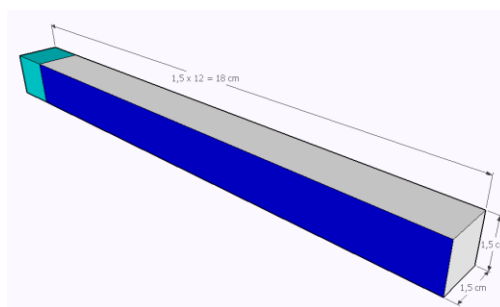


Ma anche così:



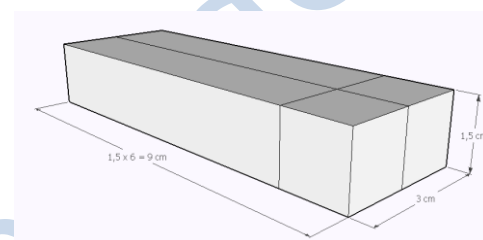
Calcoliamo quindi le dimensioni delle scatole che conterrebbero i primi 3 esempi. Bisogna calcolare la superficie totale.

(1)



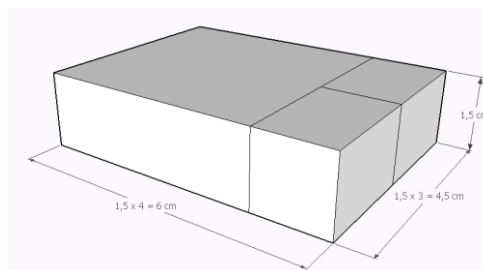
$$\text{Area totale} = 2 \times 1,5^2 + 4 \times 1,5 \times 18 = 110,25 \text{ cm}^2$$

(2)



$$\text{Area totale} = 2 \times 3 \times 1,5 + (3 + 1,5 + 3 + 1,5) \times 9 = 90 \text{ cm}^2$$

(3) Questa è la scatola che richiede meno cartone:



$$(f) \text{ Area totale più piccola} = 2 \times 4,5 \times 1,5 + (4,5 + 1,5 + 4,5 + 1,5) \times 6 = 85,5 \text{ cm}^2$$

Quella con i cubi disposti in 3 file e 4 colonne.

2 In un sistema di riferimento cartesiano, disegna le rette di equazione:

$$r: y = x - 1 \quad s: y = -x + 1 \quad t: x = +9$$

(a) individua algebricamente e/o graficamente i seguenti punti:

A: intersezione delle rette  $r$  e  $s$ ;

B: intersezione delle rette  $s$  e  $t$ ;

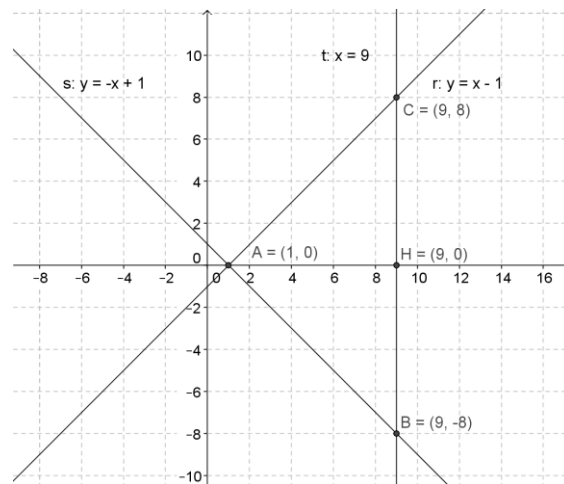
C: intersezione delle rette  $r$  e  $t$ ;

descrivi il triangolo ottenuto  $ABC$ , sia rispetto ai lati sia rispetto agli angoli.

(b) Calcola la lunghezza del perimetro e l'area del triangolo  $ABC$ .

(c) Disegna il triangolo  $A'B'C'$ , simmetrico di  $ABC$ , rispetto all'asse  $y$  e scrivi le coordinate dei suoi vertici.

**Procedimento:** (a)  $A(1, 0)$   $B(9, -8)$   $C(9, 8)$  il triangolo  $ABC$  è rettangolo in  $A$  ed isoscele avendo  $AB = AC$

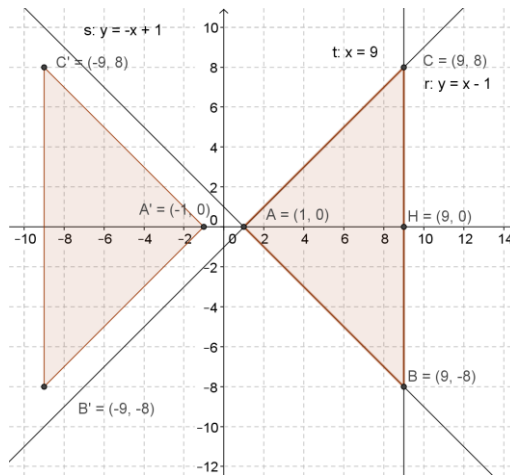


(b) Con Pitagora troviamo  $AB = AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{2 \cdot 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$

Inoltre  $BC = 16 \text{ cm}$ . Perimetro  $= 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 16 = 16\sqrt{2} + 16 \text{ cm}$

$$\text{Area} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{8\sqrt{2} \times 8\sqrt{2}}{2} = \frac{64 \times 2}{2} = 64 \text{ cm}^2$$

(c)  $A'(-1, 0)$   $B'(-9, -8)$   $C'(-9, 8)$



3 Risolvi le seguenti equazioni. Una di esse è indeterminata? Una di esse è impossibile?

(a)  $\frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} = \frac{x+6}{2} - \frac{11}{3}$

(b)  $3x(3x - 1) + \frac{1}{2} = \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$

**Procedimento:**

(a)  $\frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} = \frac{x+6}{2} - \frac{11}{3}$        $\frac{2(x-2)}{6} + \frac{x}{6} = \frac{3(x+6)}{6} - \frac{2 \times 11}{6}$

Per eliminare il denominatore, moltiplico per 6 entrambi i membri:

$2x - 4 + x = 3x + 18 - 22$        $3x - 4 = 3x - 4$       *sempre vera per ogni valore di x*

Quindi la (a) è indeterminata

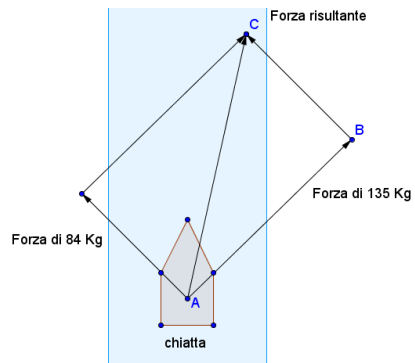
(b)  $3x(3x - 1) + \frac{1}{2} = \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$        $9x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 9x^2 - 3x + \frac{1}{4}$       *porto le incognite a sinistra*

$9x^2 - 9x^2 - 3x + 3x = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$        $0 = -\frac{1}{4}$       *falsa, impossibile*

La (b) è impossibile

- 4 Una chiatta è trainata lungo un canale da due trattori che si muovono su rive opposte. Le intensità delle due forze sono rispettivamente di 84 kg e di 135 kg, e la direzione delle due funi forma un angolo di 90°. Esegui un disegno che descriva la situazione e determina la risultante applicata alla barca.

**Procedimento:**



La forza risultante è l'ipotenusa AC del triangolo rettangolo ABC, quindi con Pitagora calcoliamo la sua intensità  $AC = \sqrt{135^2 + 84^2} = 159 \text{ Kg}$

Osmosi delle Idee