



Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca

ESAME DI STATO

Anno Scolastico 2009 – 2010

SOLUZIONI GUIDATE

PROVA NAZIONALE

Prova di Matematica

Scuola Secondaria di I grado

Classe Terza

Classe:

Studente:

Fascicolo 2



A cura di

Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione

(c) Osmosi delle Idee

Osmosi delle Idee

ISTRUZIONI

Troverai nel fascicolo 25 domande di matematica. La maggior parte delle domande ha quattro possibili risposte, ma una sola è quella giusta. Prima di ogni risposta c'è un quadratino con una lettera dell'alfabeto: A, B, C, D.

Per rispondere, devi mettere una crocetta nel quadratino accanto alla risposta (una sola) che ritieni giusta, come nell'esempio seguente.

Esempio 1

Quanti giorni ci sono in una settimana?		
☒	A.	Sette
☐	B.	Sei
☐	C.	Cinque
☐	D.	Quattro

Se ti accorgi di aver sbagliato, puoi correggere: devi scrivere NO accanto alla risposta sbagliata e mettere una crocetta nel quadratino accanto alla risposta che ritieni giusta, come nell'esempio seguente.

Esempio 2

Quanti minuti ci sono in un'ora?		
NO	☒	A. 30 minuti
	☐	B. 50 minuti
	☒	C. 60 minuti
	☐	D. 100 minuti

In alcuni casi le domande chiedono di scrivere la risposta e/o il procedimento, oppure prevedono una diversa modalità di risposta. In questo caso il testo della domanda ti dice come rispondere. Leggilo dunque sempre con molta attenzione.

Per rispondere non puoi usare la calcolatrice.

Non scrivere con la matita, ma usa soltanto una penna nera o blu.

Puoi usare le pagine bianche del fascicolo o gli spazi bianchi accanto alle domande per fare calcoli e/o disegni.

Hai a disposizione un'ora per rispondere alle domande. L'insegnante ti dirà quando cominciare a lavorare. Quando l'insegnante ti comunicherà che il tempo è finito, posa la penna e chiudi il fascicolo.

Se finisci prima, puoi chiudere il fascicolo e aspettare la fine, oppure puoi controllare le risposte che hai dato.

NON GIRARE LA PAGINA FINCHÉ NON TI SARÀ DETTO DI FARLO!

D1. Su una confezione di succo di frutta da 250 ml trovi le seguenti informazioni nutrizionali:

attento: 250 ml

attento: 100 ml

INFORMAZIONI NUTRIZIONALI	Valori medi per 100 ml
Valore energetico	54 kcal - 228 kJ
Proteine	0,3 g
Carboidrati	13,1 g
Grassi	0,0 g

Quante kcal assumi se bevi tutto il succo di frutta della confezione?

- ☐ A. 54
- ☒ B. 135
- ☐ C. 228
- ☐ D. 570

se fornisce 54 kcal in 100 ml, allora in 250 ml
 $(250 = 100 + 100 + 50)$
 $54 + 54 + 54/2 = 108 + 27 = 135$ kcal in 250 ml

Oppure:
 $54/100 = 0,54$ kcal in un ml
 $0,54 \times 250 = 135$ kcal in 250 ml

D2. In quale di queste sequenze i numeri sono ordinati dal più piccolo al più grande?

Trasformiamo le frazioni in numeri decimali:
 $3/100 = 0,03$
 $1/3 = 0,333...$
 quindi la sequenza crescente è:
 $0,03 - 0,125 - 0,333... - 0,65$
 A. $3/100 - 0,125 - 1/3 - 0,65$

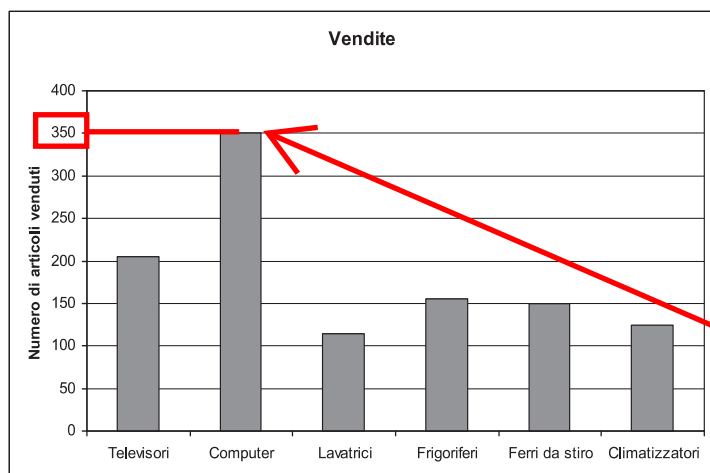
☒	A.	$\frac{3}{100}$	0,125	$\frac{1}{3}$	0,65
☐	B.	0,125	$\frac{3}{100}$	0,65	$\frac{1}{3}$
☐	C.	0,65	0,125	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{100}$
☐	D.	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{100}$	0,65	0,125

D3. Su una carta stradale due località sono distanti 3 cm. Sapendo che la scala della carta è di 1:1 500 000, a quale distanza si trovano le due località?

- ☐ A. 4,5 km
- ☐ B. 15 km
- ☒ C. 45 km
- ☐ D. 450 km

3 cm sulla carta equivalgono a $3 \times 1.500.000 = 4.500.000$ cm nella realtà.
 Trasformo i cm in km:
 $4.500.000 \text{ cm} = 45.000 \text{ m} = 45 \text{ km}$
 C. 45 km

- D4. Il direttore di un negozio vuole sapere quanti computer con hard disk da 250 GB (gigabyte) sono stati venduti nell'ultimo trimestre. In riferimento a tale periodo, l'addetto commerciale fornisce i dati rappresentati nel grafico e nella tabella seguenti.



Tipologia di computer	Computer venduti in percentuale
Con hard disk da 60 GB	14%
Con hard disk da 80 GB	20%
Con hard disk da 120 GB	6%
Con hard disk da 160 GB	10%
Con hard disk da 250 GB	40%
Con hard disk da 320 GB	10%
Totale	100%

Quanti computer con hard disk da 250 GB sono stati venduti?

- ☐ A. 35
- ☐ B. 40
- ☐ C. 100
- ☒ D. 140

Dal grafico vediamo che sono stati venduti 350 computer in tutto. Quelli con l'hard disk da 250 GB sono il 40% di 350. Quindi sono $350 \times 40 / 100 = 140$

D. 140

- D5. In un laboratorio si devono riempire completamente 7 contenitori da un litro travasando il liquido contenuto in flaconi da 33 cl ciascuno. Il liquido rimanente viene gettato via.

- a. Qual è il numero minimo di flaconi che occorrono per riempire tutti i sette contenitori?

Risposta: 22

Tre flaconi sono $33 \times 3 = 99$ cl = 0,99 litri
Occorrono 3×7 flaconi + 1 per aggiungere 1 cl a ciascun contenitore: $0,99 + 0,01 = 1$ litro
Del ventiduesimo flacone usiamo solo 7 cl per riempire completamente i contenitori.
Quindi gettiamo $33 - 7 = 26$ cl

- b. Quanto liquido viene gettato via?

Risposta: 26 cl

- D6. Qual è il risultato della seguente espressione?

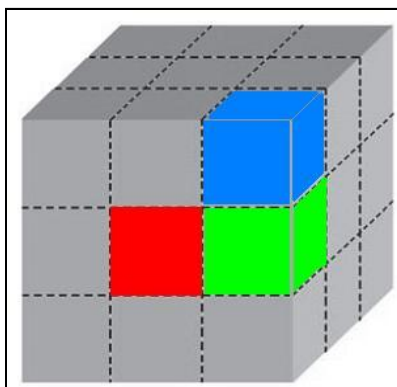
$$\frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}} + 1$$

- ☐ A. 1
- ☐ B. $\frac{7}{4}$
- ☐ C. 2
- ☒ D. 4

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}} + 1 &= \frac{\frac{1+2}{2}}{\frac{2-1}{2}} + 1 = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} + 1 = \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} + 1 = \frac{6}{2} + 1 = 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

- D7.** La superficie del cubo di legno in figura è stata completamente verniciata. Il cubo viene poi segato lungo le linee tratteggiate. Si ottengono così diversi cubetti, dei quali alcuni non hanno nessuna faccia verniciata, altri una o più facce verniciate.

Per evidenziare la situazione, abbiamo colorato di blu i cubetti con 3 facce esterne, di verde quelli con 2 e di rosso quelli con una sola faccia esterna. Il cubetto al centro di tutto è l'unico senza vernice perché non ha facce esterne.



Quindi i cubetti azzurri sono 8, quelli verdi 12, i rossi 6 e 1 solo non ha facce verniciate.

Se sommiamo $8+12+6+1$ otteniamo il totale corretto: 27 cubetti.

Completa ora la seguente tabella.

Numero di facce verniciate	Numero di cubetti
0	1
1	6
2	12
3	8

- D8.** Piero e Giorgio partono per una breve vacanza. Decidono che Piero pagherà per il cibo e Giorgio per l'alloggio. Questo è il riepilogo delle spese che ciascuno di loro ha sostenuto:

	Giorgio	Piero
Lunedì	27 euro	35 euro
Martedì	30 euro	30 euro
Mercoledì	49 euro	21 euro

Al ritorno fanno i conti per dividere in parti uguali le spese.

- a) Quanti euro deve dare Piero a Giorgio per far sì che entrambi abbiano speso la stessa somma di denaro?

Risposta:10..... euro

- b) Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta:

Giorgio ha speso: $27 + 30 + 49 = 106 \text{ €}$ Piero ha speso: $35 + 30 + 21 = 86 \text{ €}$
 Giorgio e Piero hanno speso in tutto: $106 + 86 = 192 \text{ €}$
 Quindi avrebbero dovuto pagare $192 : 2 = 96 \text{ €}$ a testa.
 Poiché Piero ha speso solo 86 € deve dare 10 € ($96 - 86$) a Giorgio che in tal modo spende anche lui la stessa cifra di 96 € ($106 - 10$)

- D9. Il prezzo p (in euro) di una padella dipende dal suo diametro d (in cm) secondo la seguente formula:

$$p = \frac{1}{15} d^2$$

La risposta a. sarebbe Vera solo se il diametro d non avesse esponente.
La risposta b. è Vera.

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Il prezzo della padella è direttamente proporzionale al suo diametro	☐	☒
b.	Il prezzo della padella aumenta all'aumentare del suo diametro	☒	☐
c.	Il rapporto fra il diametro della padella e il suo prezzo è 15	☐	☒

La risposta c. è Falsa perché 15 è il rapporto tra diametro alla seconda e il prezzo

- D10. Un aereo parte alle 14.15 (ora di Roma) dall'aeroporto di Roma-Fiumicino e arriva all'aeroporto JFK di New York alle 18.00 (ora di New York). Sapendo che fra Roma e New York vi sono 6 ore di differenza di fuso orario (cioè, se a New York è mezzanotte, a Roma sono le 6 del mattino seguente), quante ore dura il volo?

- ☐ A. 3 h 45'
☐ B. 4 h 15'
☒ C. 9 h 45'
☐ D. 10 h 15'

Quando a New York sono le 18:00 a Roma sono 6 ore in più: $18:00 + 6 = 24:00$ mezzanotte.
Quindi il volo è durato dalle 14:15 alle 24:00 (ora di Roma)
 $24:00 - 14:15 = 9:45$ 9 ore e 45 minuti

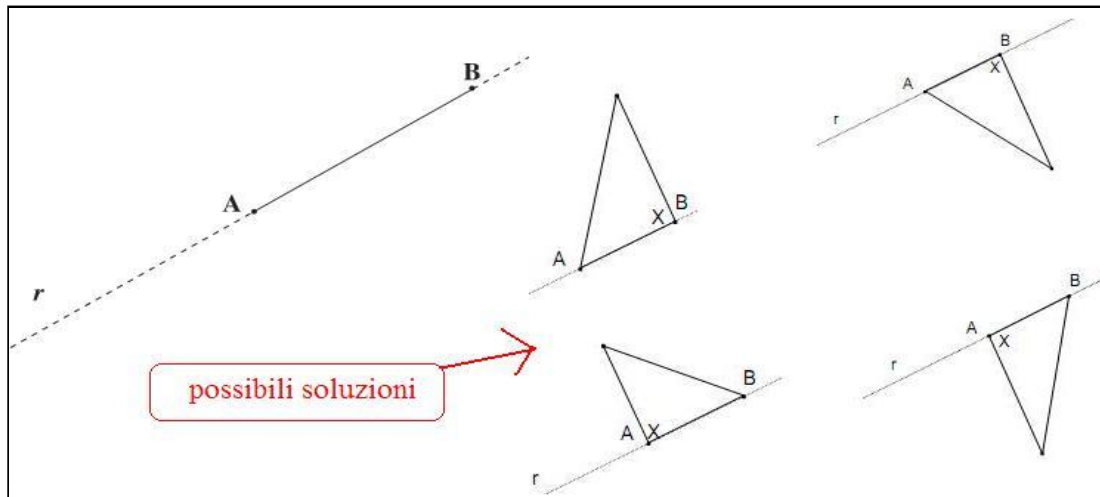
- D11. Un barattolo di pelati da 0,4 kg è alto 11 cm e ha la base di 6 cm di diametro. Qual è il volume del barattolo?



- ☐ A. Circa 100 cm³
☐ B. Circa 200 cm³
☒ C. Circa 300 cm³
☐ D. Circa 400 cm³

Raggio = diametro : 2 = $6 : 2 = 3$ cm
 Area di base = $3 \times 3 \times 3,14 = 28,26$ cm²
 Volume = Area di base x altezza = $28,26 \times 11 = 310,86$ cm³
 Circa 300 cm³

- D12. Qui sotto vedi una retta r sulla quale sono segnati due punti A e B. Disegna un triangolo rettangolo ABC in modo tale che il segmento AB sia un cateto. Indica con una crocetta l'angolo retto del triangolo.



- D13. Filippo si prepara per una gara di triathlon. Si allena nel nuoto ogni 3 giorni, nella corsa a piedi ogni 6 giorni e nella corsa in bicicletta ogni 8 giorni. Se oggi si è allenato in tutti e tre gli sport, tra quanti giorni gli accadrà di nuovo di allenarsi nei tre sport nella stessa giornata?

- ☐ A. 8 nuoto: 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24
☐ B. 12 corsa: 6; 12; 18; 24
☐ C. 17 bicicletta: 8; 16; 24
☒ D. 24 Risposta: tra 24 giorni

- D14. Un dado non truccato è stato lanciato 70 volte di seguito. La seguente tabella riporta la frequenza con cui ciascun numero è uscito.

Numero uscito	Frequenze
1	11
2	10
3	11
4	16
5	9
6	13

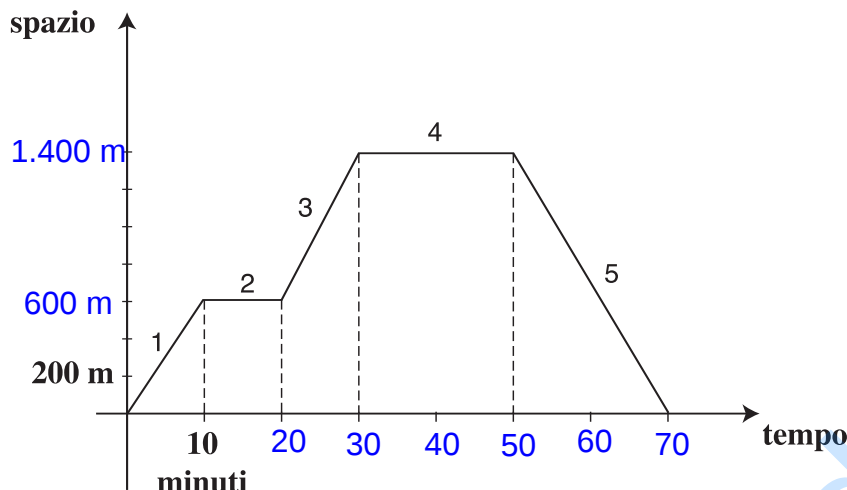
Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Poiché il 5 è uscito meno volte, la probabilità che esca 5 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	☐	☒
b.	Poiché il 4 è uscito più volte, la probabilità che esca 4 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	☐	☒
c.	La probabilità che esca 5 nel lancio successivo è uguale a quella che esca 4	☒	☐

La probabilità "non ha memoria", le percentuali sono indipendenti da quello che accaduto nei lanci precedenti. Quindi l'unica risposta Vera è la c.

MAT8

D15. Manuela è uscita da casa per fare una passeggiata lungo un viale. Il grafico seguente rappresenta la posizione di Manuela in funzione del tempo.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Il grafico mostra che Manuela nel tratto 3 ha camminato più velocemente che nel tratto 1 nel tratto 3, ha percorso più spazio negli stessi 10 minuti	☒	☐
b.	Il grafico mostra che Manuela nel tratto 5 è tornata indietro	☒	☐
c.	Il grafico mostra che Manuela nel tratto 1 e nel tratto 5 ha camminato alla stessa velocità nel tratto 5, nel doppio di tempo ha percorso più del doppio	☐	☒
d.	In 70 minuti, comprese le soste, Manuela ha percorso 1400 metri	☐	☒

d. nei tratti 1 e 3 ha percorso 1.400 metri, nel tratto 5 ha percorso altri 1.400 metri per tornare.

e. Osservando il grafico, quale informazione ricavi su quello che Manuela ha fatto nel tratto 2 e nel tratto 4?

Risposta: **Lo spazio rimane uguale al trascorrere del tempo, significa che Manuela nei tratti 2 e 4 è rimasta ferma.**

D16. La massa del pianeta Saturno è $5,68 \times 10^{26}$ kg, quella del pianeta Urano $8,67 \times 10^{25}$ kg e quella del pianeta Nettuno $1,02 \times 10^{26}$ kg.

Metti in ordine i tre pianeti da quello di massa minore a quello di massa maggiore.

Saturno: $5,68 \times 100.000.000.000.000.000.000.000.000 = 568.000.000.000.000.000.000.000.000$ kg

Urano: $8,67 \times 10.000.000.000.000.000.000.000.000 = 86.700.000.000.000.000.000.000.000$ kg

Nettuno: $1,02 \times 100.000.000.000.000.000.000.000.000 = 102.000.000.000.000.000.000.000.000$ kg

Quindi l'ordine crescente è: Urano, Nettuno, Saturno

D17. L'insegnante dice: "Prendiamo un numero naturale che indichiamo con n . Cosa si può dire del risultato di $n(n-1)$? È sempre pari, oppure sempre dispari, oppure può essere qualche volta pari e qualche volta dispari?". Alcuni studenti rispondono in questo modo:

Roberto: "Può essere sia pari sia dispari, perché n è un numero qualsiasi"

Angela: "È sempre dispari, perché $n-1$ indica un numero dispari"

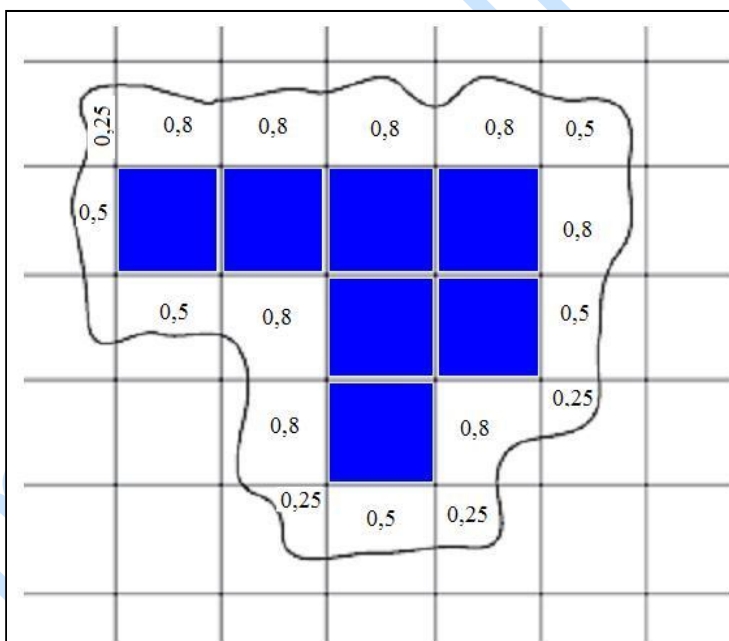
Ilaria: "È sempre pari, perché $3 \times (3-1)$ fa 6, che è pari"

Chiara: "È sempre pari perché n e $(n-1)$ sono numeri consecutivi e quindi uno dei due deve essere pari"

Chi ha ragione e fornisce la spiegazione corretta?

- ☐ A. Roberto Roberto dice una cosa falsa perché si riferisce a n e non a $n(n-1)$
- ☐ B. Angela Angela dice una cosa falsa perché se n fosse 5, allora $5-1=4$ che è pari
- ☐ C. Ilaria Ilaria dice una cosa che è vera, ma solo nel caso in cui $n=3$
- ☒ D. Chiara Chiara ha ragione, il prodotto di un numero pari per uno dispari è sempre pari.

D18. Nella figura che vedi ogni quadretto ha il lato di 1 cm.

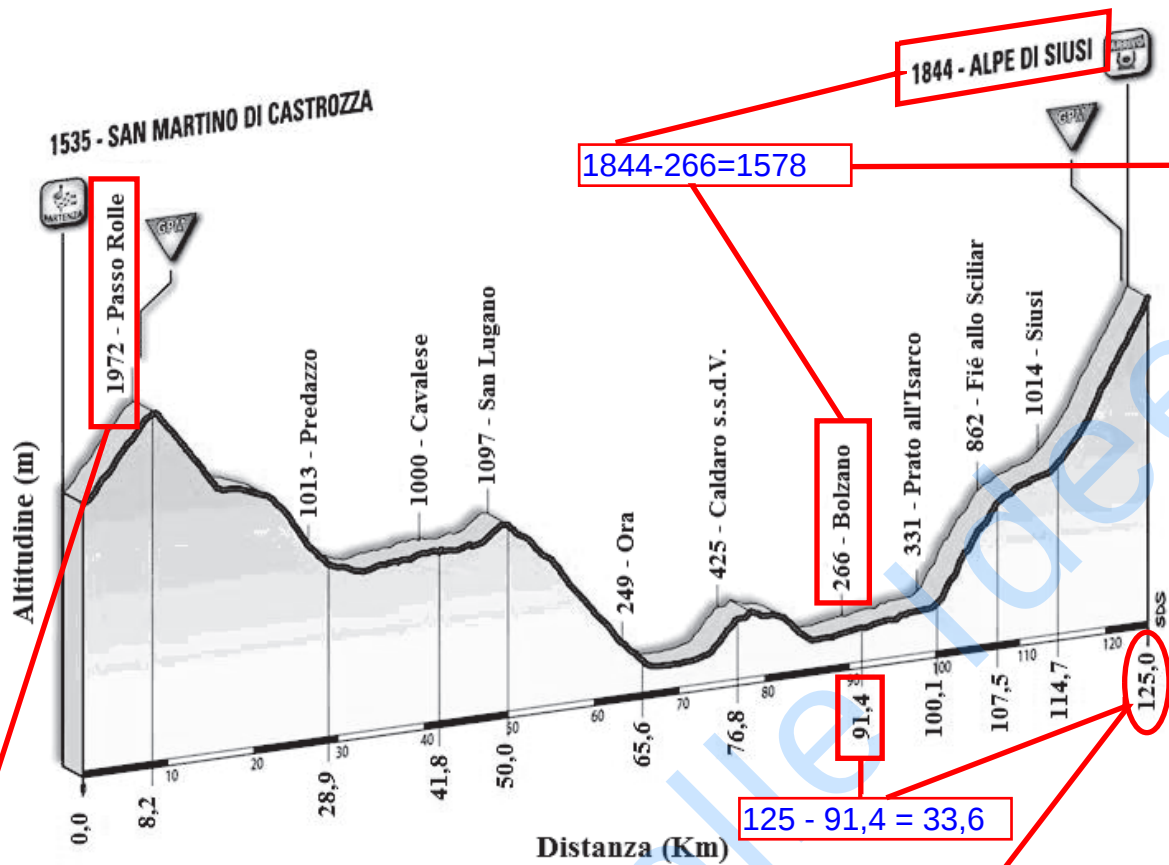


Quanto misura all'incirca l'area racchiusa dalla linea curva?

- ☐ A. Meno di 8 cm^2
- ☐ B. Più di 8 cm^2 e meno di 13 cm^2
- ☒ C. Più di 13 cm^2 e meno di 25 cm^2
- ☐ D. Più di 25 cm^2

assegnamo una misura approssimativa ai quadretti incompleti.
 Otteniamo $0,8 \times 8 = 6,4$
 $0,5 \times 5 = 2,5$
 $0,25 \times 4 = 1$
 totale di circa 10 quadretti che sommati ai sette quadretti azzurri danno circa 17 cm^2

D19. Questo è il profilo altimetrico della quinta tappa del Giro d'Italia 2009.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	La tappa è lunga 125 km	☒	☐
b.	L'altitudine massima raggiunta è 1844 m	☐	☒
c.	Il dislivello tra Bolzano e l'arrivo (Alpe di Siusi) è 2110 m	☐	☒
d.	La distanza tra Bolzano e l'arrivo (Alpe di Siusi) è 33,6 km	☒	☐

$125 - 91,4 = 33,6$

D20. Il Signor Carlo scende dal tram all'incrocio di *via Pietro Micca* con *via Antonio Giuseppe Bertola* (nella mappa che vedi qui sotto il punto è contrassegnato da un asterisco).



Percorre 200 metri di *via Bertola* e all'incrocio con *via 20 Settembre* svolta a sinistra; dopo aver camminato per 150 metri, raggiunge l'incrocio con *via Pietro Micca*. Da lì decide di tornare al punto di partenza per *via Pietro Micca*. Quanti metri all'incirca percorre al ritorno?

- ☐ A. 200 m
- ☒ B. 250 m
- ☐ C. 350 m
- ☐ D. 600 m

La risposta A. è errata perché il percorso del ritorno è l'ipotenusa del triangolo rettangolo e questa deve essere maggiore di entrambi i cateti.

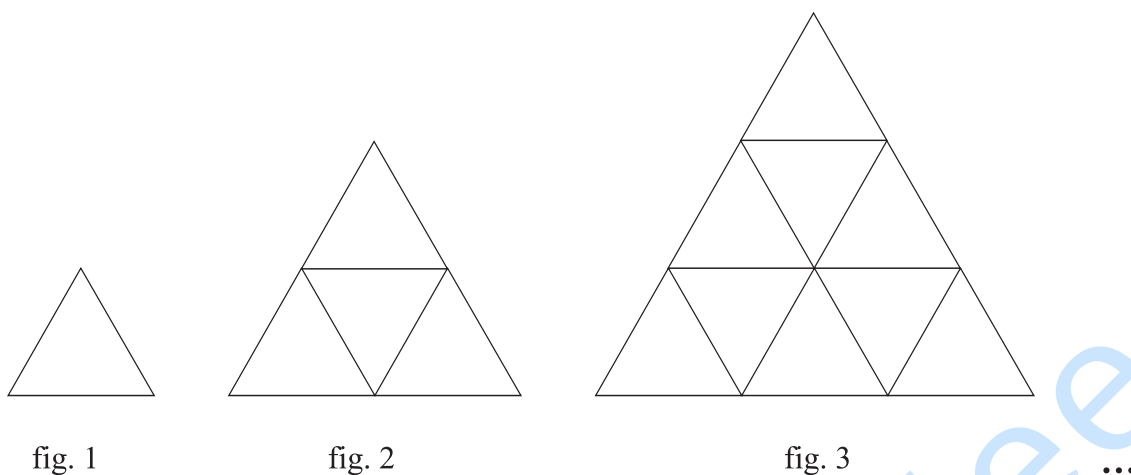
La risposta C. è errata perché un lato non può essere uguale alla somma degli altri due.

La risposta D. si può escludere valutando approssimativamente che l'ipotenusa non può essere il triplo del cateto di 200m. Rimane la risposta B. che si può considerare corretta anche valutando "a occhio" la lunghezza dell'ipotenusa in confronto ai due cateti.

Ragionamento alternativo:

Stabilito che si tratta di un triangolo rettangolo, possiamo verificare che i due cateti sono multipli rispettivamente di 3 e 4, numeri che fanno parte della terna pitagorica: 3; 4; 5. Infatti $150=3 \times 50$; $200=4 \times 50$ e quindi l'ipotenusa sarà 5 volte $50 = 250$ m

D21. Queste sono le prime tre figure di una sequenza.



Il lato del triangolo di figura 2 è il doppio di quello di figura 1 e la sua area è quattro volte più grande. Il lato del triangolo di figura 3 è il triplo di quello di figura 1 e l'area è nove volte più grande.

a) Un triangolo formato da 30 triangoli uguali a quello di figura 1 appartiene alla sequenza?

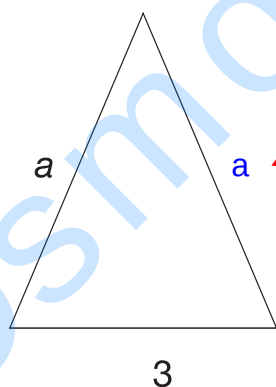
☐ Sì

☒ No

b) Giustifica la tua risposta:

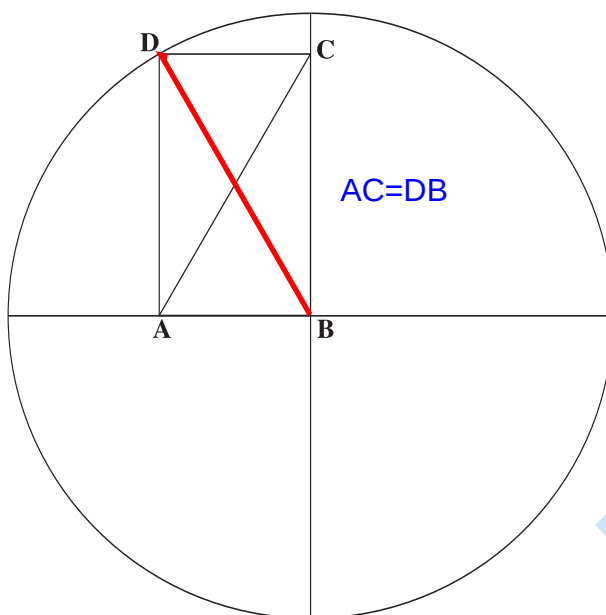
La sequenza è: 1; 4; 9; 16; 25; 36; ... formata da quadrati perfetti.
Quindi 30 non appartiene alla sequenza.

D22. Scrivi la formula che esprime il perimetro p del triangolo isoscele in figura in funzione di a .



$p = a + a + 3 = 2 \times a + 3 = 2a + 3$

D23. La circonferenza in figura ha il raggio di 4 cm. ABCD è un rettangolo.



- a. Qual è la lunghezza (in cm) del segmento $\overline{AC}$?

Risposta: 4 cm

- b. Giustifica la tua risposta:

.....

Se ABCD è un rettangolo
 le sue diagonali sono uguali
 $AC = DB$ e DB è il raggio
 della circonferenza.
 Quindi $AC = DB = r = 4$ cm

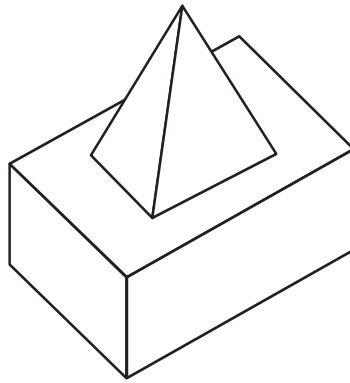
D24. Elena compie gli anni in giugno. Di seguito è riportato il calendario di giugno 2010, dove sono evidenziati i giorni festivi.

	Lu	Ma	Me	Gi	Ve	Sa	Do
		1	2	3	4	5	6
	7	8	9	10	11	12	13
	14	15	16	17	18	19	20
Giugno	21	22	23	24	25	26	27
	28	29	30				

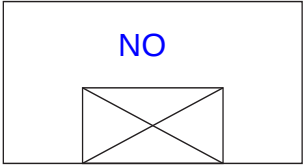
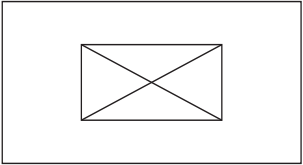
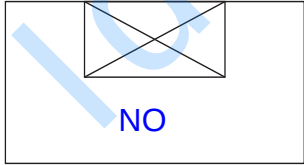
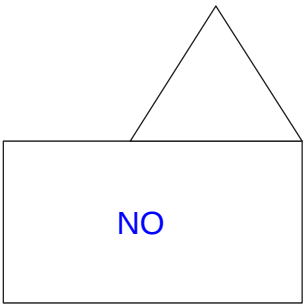
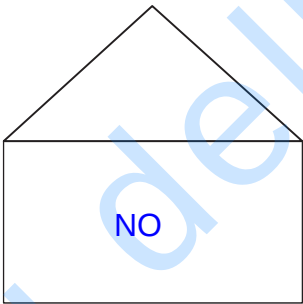
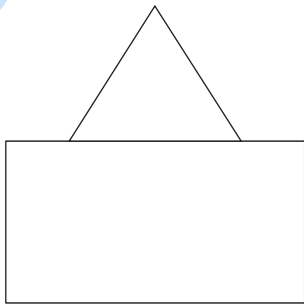
Qual è la probabilità che Elena compia gli anni in un giorno festivo?

Risposta: 5 festivi su 30 giorni = $5 / 30 = 1 / 6 = 0,1666... = 16,6\%$

D25. Giovanni osserva da diversi punti di vista la struttura raffigurata qui sotto.



Quali tra le seguenti possono essere rappresentazioni di ciò che vede?

 NO		 NO
Figura 1	Figura 2	Figura 3
 NO	 NO	
Figura 4	Figura 5	Figura 6

- ☐ A. La 1 e la 5
- ☐ B. La 3 e la 6
- ☐ C. La 2 e la 4
- ☒ D. La 2 e la 6

Osmosi delle Idee