



Ministero dell'Istruzione, Università e Ricerca

**SOLUZIONI GUIDATE**  
**ESAME DI STATO**

Anno Scolastico 2010 – 2011

**PROVA NAZIONALE**

Prova di Matematica

*Scuola Secondaria di I grado*

**Classe Terza**

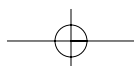
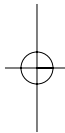
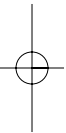
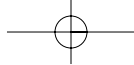
*Fascicolo 1*

Classe: .....

Studente: .....



A cura di  
Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione



## ISTRUZIONI

Troverai nel fascicolo 26 domande di matematica. La maggior parte delle domande ha quattro possibili risposte, ma una sola è quella giusta. Prima di ogni risposta c'è un quadratino con una lettera dell'alfabeto: A, B, C, D.

Per rispondere, devi mettere una crocetta nel quadratino accanto alla risposta (una sola) che ritieni giusta, come nell'esempio seguente.

### Esempio 1

#### Quanti giorni ci sono in una settimana?

- |                                     |    |         |
|-------------------------------------|----|---------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | A. | Sette   |
| <input type="checkbox"/>            | B. | Sei     |
| <input type="checkbox"/>            | C. | Cinque  |
| <input type="checkbox"/>            | D. | Quattro |

Se ti accorgi di aver sbagliato, puoi correggere: devi scrivere NO accanto alla risposta sbagliata e mettere una crocetta nel quadratino accanto alla risposta che ritieni giusta, come nell'esempio seguente.

### Esempio 2

#### Quanti minuti ci sono in un'ora?

- |           |                                     |    |            |
|-----------|-------------------------------------|----|------------|
| <b>NO</b> | <input checked="" type="checkbox"/> | A. | 30 minuti  |
|           | <input type="checkbox"/>            | B. | 50 minuti  |
|           | <input checked="" type="checkbox"/> | C. | 60 minuti  |
|           | <input type="checkbox"/>            | D. | 100 minuti |

In alcuni casi le domande chiedono di scrivere la risposta e/o il procedimento, oppure prevedono una diversa modalità di risposta. In questo caso il testo della domanda ti dice come rispondere. Leggilo dunque sempre con molta attenzione.

Per rispondere non puoi usare la calcolatrice.

Non scrivere con la matita, ma usa soltanto una penna nera o blu.

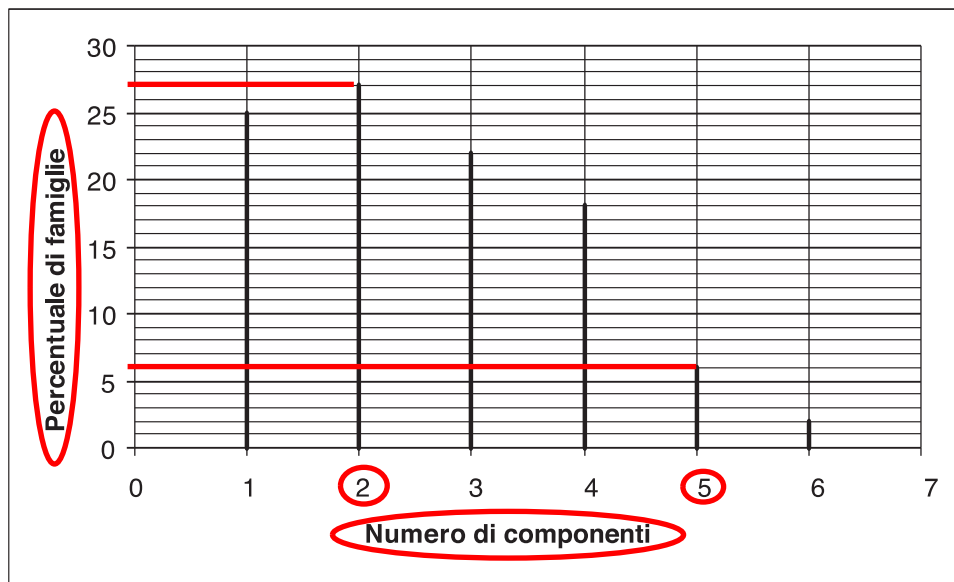
Puoi usare le pagine bianche del fascicolo o gli spazi bianchi accanto alle domande per fare calcoli e/o disegni.

Hai a disposizione un'ora e quindici minuti (75 minuti in totale) per rispondere alle domande. L'insegnante ti dirà quando cominciare a lavorare. Quando l'insegnante ti comunicherà che il tempo è finito, posa la penna e chiudi il fascicolo.

Se finisci prima, puoi chiudere il fascicolo e aspettare la fine, oppure puoi controllare le risposte che hai dato.

**NON GIRARE LA PAGINA FINCHÉ NON TI SARÀ DETTO DI FARLO!**

**D1. Osserva il grafico seguente che rappresenta la distribuzione percentuale di famiglie per numero di componenti, in base al censimento 2001.**



**a. Qual è la percentuale di famiglie con 2 componenti?**

Risposta: ..... **27** %

**b. Completa la frase seguente:**

Il 6% delle famiglie ha ..... **5** componenti.

**D2. L'insegnante chiede: "Che cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?". Quattro studenti rispondono nel modo che vedi in tabella.**

**Indica con una crocetta se le affermazioni fatte dagli studenti sono vere o false.**

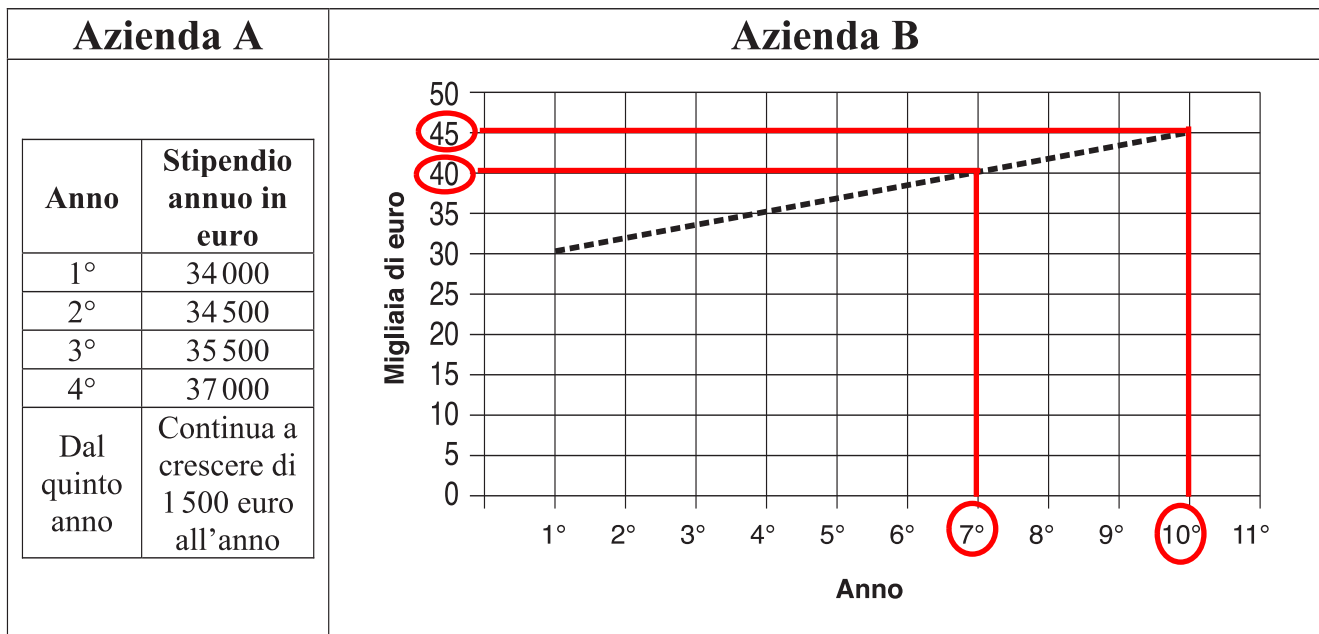
		Vero	Falso
a.	<u>Luisa</u> : si ottiene sempre un numero dispari	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	<u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	<u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d.	<u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

un numero dispari è del tipo  $2n+1$  con  $n$ =numero naturale, quindi 3 numeri dispari consecutivi sono:  
 $(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) = 6n+9 = 3(2n+3)$

Quindi hanno tutti ragione tranne Andrea.

Esempi:  $1+3+5=9$  oppure  $7+9+11=27$  oppure  $13+15+17=45$  ecc ecc

**D3.** Il padre di Silvia riceve due proposte di lavoro, una dall'azienda A e una dall'azienda B. La tabella rappresenta come cresce nel tempo lo stipendio offerto dall'azienda A e il grafico rappresenta come cresce nel tempo quello offerto dall'Azienda B.



**a.** In quale anno il padre di Silvia percepirà uno stipendio annuale di 40 000 euro?

Azienda A: 5° anno =  $37000 + 1500 = 38500$ ; 6° anno =  $38500 + 1500 = 40000$   
 Azienda B: 7° anno

**b.** Se il padre di Silvia intende lavorare, nell'azienda, per dieci anni, quale proposta è più conveniente?

Risposta: nell'azienda A dopo 10 anni avrà 46000 euro all'anno, perché nell'azienda B dopo 10 anni avrà 45000 euro annui.

**c.** Giustifica la tua risposta (alla domanda b).

Azienda A: 7° anno =  $41500$ ; 8° anno =  $43000$ ; 9° anno =  $44500$ ; 10° anno =  $46000$   
 .....  
 .....

**D4. Antonella, passeggiando, si ferma a osservare la porta girevole di vetro dell'Hotel Landi su cui sono impresse le lettere**

**HL**

Una persona entra nell'albergo spingendo con forza la porta, che ruota così di circa 180°.

Antonella vede ancora, in trasparenza, le lettere.

Quale tra le seguenti immagini vede?

**HL**

**LH**

**JH**

**7H**

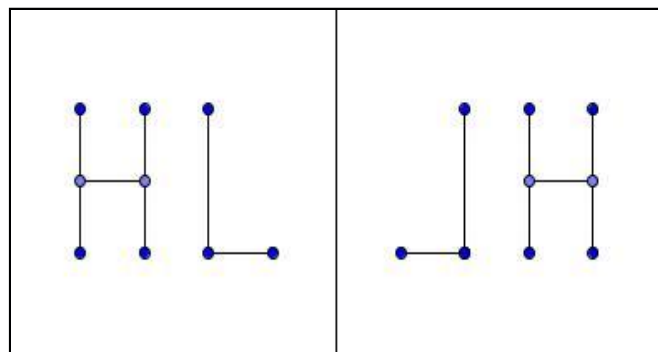
Immagine A

Immagine B

Immagine C

Immagine D

- A. Immagine A
- B. Immagine B
- C. Immagine C
- D. Immagine D

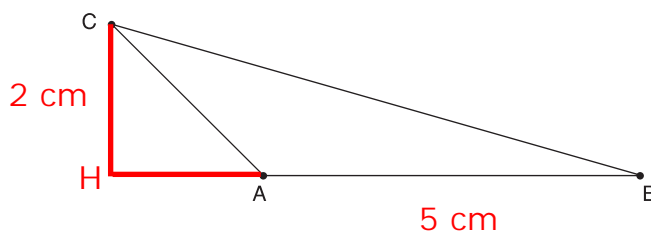


**D5. Giovanni e Caterina si stanno allenando in piscina. Nuotano entrambi alla stessa velocità ma Giovanni ha cominciato più tardi ad allenarsi. Quando Giovanni ha fatto 10 vasche, Caterina ne ha fatte 30. Al termine dell'allenamento Giovanni ha fatto 50 vasche; quante ne ha fatte Caterina?**

Risposta: ..... **Caterina avrà fatto 70 vasche** .....

Giovanni	Caterina
10	30
20	40
30	50
40	60
50	70

**D6. Osserva il disegno.**



**Calcola l'area del triangolo prendendo con un righello le misure necessarie.**

a. Risposta: .....<sup>5</sup>.....cm<sup>2</sup>

b. **Scrivi i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.**

l'area del triangolo si calcola:  
 .....  
 base per altezza diviso due, quindi AB per CH diviso due.  
 .....

Misurando con il righello otteniamo: 5 per 2 diviso 2 = 5 cm quadrati  
 .....

**D7. Antonio e Giada partecipano a una gara a quiz. Per ogni risposta esatta si assegnano due punti mentre per ogni risposta sbagliata si toglie un punto. L'esito della gara è il seguente:**

- Antonio ha dato 11 risposte esatte e 9 sbagliate;
- Giada ha dato 6 risposte esatte e 14 sbagliate.

**Quali sono i punteggi finali dei due ragazzi?**

- A. + 13; +2
- B. + 13; -2
- C. + 2; + 8
- D. + 2; - 8

Antonio: 11 esatte per 2 = 22 punti; 22 meno 9 punti delle sbagliate = +13

Giada: 6 esatte per 2 = 12 punti; 12 meno 14 punti delle sbagliate = -2

**D8. Giulio sa che nel negozio A e nel negozio B le bottiglie di olio della marca che preferisce hanno lo stesso prezzo. Sua moglie gli dice che oggi, su quell'olio, nel negozio A fanno l'offerta "compri 3 e paghi 2" e nel negozio B fanno lo sconto del 40%. Giulio deve comprare 3 bottiglie d'olio.**

**a. In quale negozio gli conviene comprarle?**

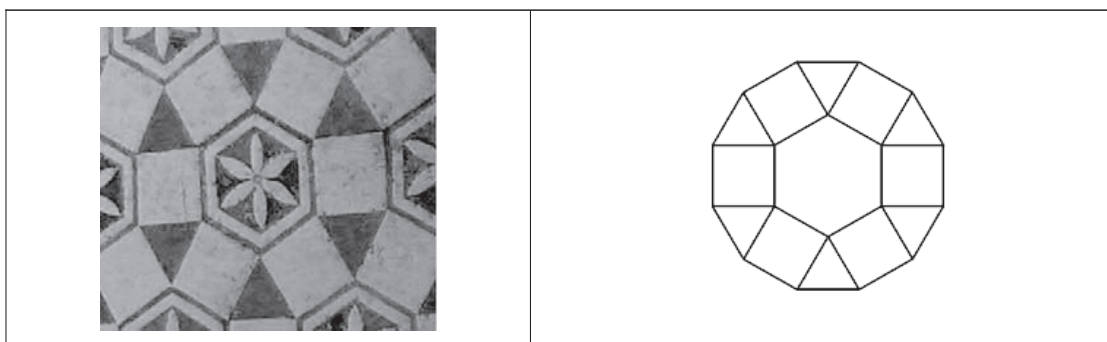
Risposta: ..... **Nel negozio B** .....

**b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.**

**Nel negozio A comprando 3 bottiglie le paga come fossero 2, quindi risparmia un terzo del prezzo, vale a dire 33,3 %**

**Nel negozio B invece risparmia il 40%**

**D9. Le immagini che seguono rappresentano un motivo del pavimento di una antica casa romana e la sua schematizzazione geometrica:**



**Il motivo, corrispondente a un dodecagono, è composto da un esagono regolare interno, sei quadrati uguali e sei triangoli equilateri uguali. Indica se le seguenti affermazioni sono vere o false.**

		Vero	Falso
<b>a.</b>	L'area dell'esagono è metà dell'area del dodecagono	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<b>b.</b>	L'area di ciascun triangolo è un sesto dell'area dell'esagono	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>c.</b>	L'area di un quadrato è il doppio dell'area di un triangolo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<b>d.</b>	Il perimetro del dodecagono è il doppio di quello dell'esagono	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

a. falso perché i quadrati sono più grandi dei triangoli

b. vero perché i sei triangoli equilateri esterni hanno il lato lungo come i quadrati che a loro volta hanno i lati uguali a quelli dell'esagono che è formato da 6 triangoli equilateri.

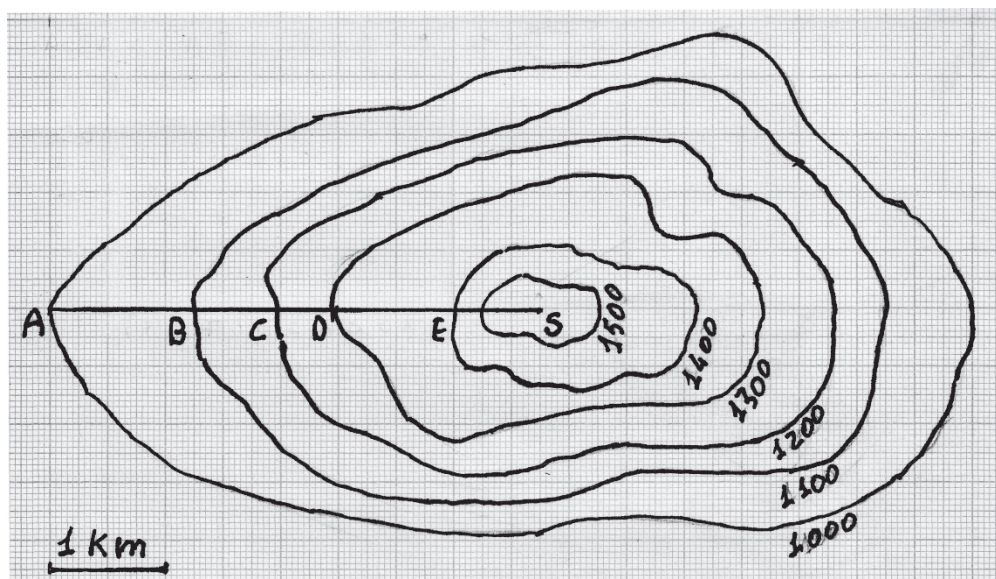
c. falso perché il triangolo non è alto come il quadrato

d. vero perché i lati del quadrato sono uguali ai lati dei triangoli

MAT8



**D10.** La figura che vedi riporta una rappresentazione semplificata delle linee di livello di una montagna. Le linee di livello uniscono tutti i punti che si trovano alla stessa altitudine. Nella figura il punto A è a 1 000 metri di altitudine e la vetta S della montagna è a 1 600 metri. Un escursionista va dal punto A al punto S seguendo il percorso indicato nel disegno dal segmento AS.

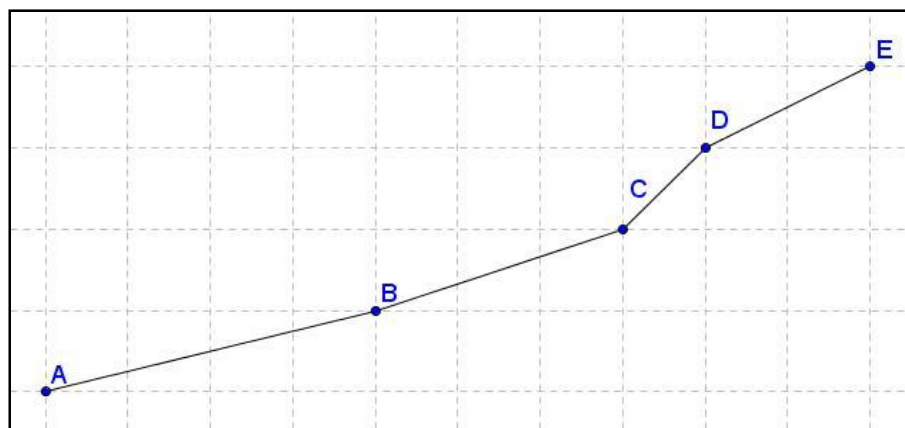


a. Tra i tratti AB, BC, CD, DE, qual è il più ripido?

- A. AB
- B. BC
- C. CD
- D. DE

b. Giustifica la tua risposta.

Il segmento CD è il più corto dei quattro, quindi è il più ripido perché sale di 100 metri in un percorso più breve.



**D11.** Per scegliere chi deve lavare i piatti del pranzo, Marco, Lorenzo e Livia decidono di lanciare due volte una moneta da 1 euro come quella che vedi in figura:



**Testa**



**Croce**

**Stabiliscono che:**

- se verranno 2 croci, laverà i piatti Marco;  $CC=25\%$
- se verranno 2 teste, laverà i piatti Livia;  $TT=25\%$
- se verranno una testa e una croce, laverà i piatti Lorenzo.  $TC+CT=50\%$

**a.** Pensi che tutti e tre abbiano la stessa probabilità di lavare i piatti?

Sì

No

**b.** Giustifica la tua risposta.

Lanciando due volte una moneta si possono .....  
 ottenere questi risultati: TT; TC; CT; CC .....  
 dove la prima lettera indica l'esito del primo lancio .....  
 e la seconda lettera indica l'esito del secondo lancio .....  
 Quindi le probabilita sono:

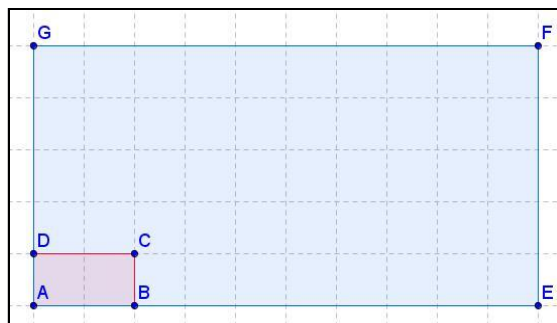
$TT=1/4=25\%$ ;  $TC=1/4=25\%$ ;  $CT=1/4=25\%$ ;  $CC=1/4=25\%$

**D12. Il rettangolo rappresenta, in scala 1:5, il piano rettangolare di un banco.**

La scala 1:5 indica che le misure sono cinque volte più piccole della realtà.  
 Quindi sia la base che l'altezza del rettangolo sono cinque volte inferiori.  
 Per ricoprire il banco reale occorrono  $5 \times 5 = 25$  rettangoli piccoli.

**Quanti rettangoli uguali a quello disegnato servono per coprire interamente la superficie reale del piano del banco?**

- A. 25  
 B. 20  
 C. 10  
 D. 5



**D13. Il numero  $\sqrt{10}$  è:**

- A. compreso tra 9 e 11 falso: 9 alla seconda = 81  
 B. uguale a 5 falso: 5 alla seconda = 25  
 C. compreso tra 3 e 4 vero: 3 alla seconda = 9 e 4 alla seconda = 16  
 D. uguale a 100 falso: 100 alla seconda = 10000

**D14. Per trovare il 27% di 350 si deve**

- A. dividere 350 per 27  
 B. dividere 350 per 0,27  
 C. moltiplicare 350 per 27  
 D. moltiplicare 350 per 0,27
- 27% significa  $27/100=0,27$   
quindi bisogna moltiplicare  
350 per 0,27

**D15. Francesco si trova nell'aeroporto di Atlanta per una vacanza negli Stati Uniti. La sua prossima tappa è Los Angeles. Purtroppo non c'è un volo diretto e deve fare scalo in un altro aeroporto.**

Numero volo	Partenza	Arrivo	Prezzo in dollari	
Z1	Atlanta	Chicago	145,99	+ 101,99 = 247,98
Z2	Atlanta	Denver	130,49	+ 71,50 = 201,99
Z3	Atlanta	Dallas	171,35	+ 90,99 = 262,34
Z4	Atlanta	Toronto	200,01	+ 50,00 = 250,01
Z5	Chicago	Los Angeles	101,99	
Z6	Denver	Los Angeles	71,50	
Z7	Dallas	Los Angeles	90,99	
Z8	Toronto	Los Angeles	50,00	

**Quale combinazione di voli, in base alla tabella, risulta più economica per Francesco?**

Risposta: ..... **Atlanta - Denver - Los Angeles = 201,99 dollari**

**D16. Sara chiede agli studenti della sezione musicale della sua scuola qual è la loro materia preferita. Nella tabella ha riportato i risultati della sua inchiesta:**

Materia	Numero di preferenze
Musica	26
Matematica	18
Italiano	13
Inglese	8

Sara conclude che la musica è la materia preferita dagli studenti della sua scuola.

Quale tra le seguenti motivazioni spiega meglio perché la sua conclusione potrebbe non essere valida?

- A. Sara non ha distinto le preferenze dei maschi da quelle delle femmine.
- B. Sara avrebbe dovuto intervistare solo gli studenti di terza media della scuola.
- C. Gli studenti intervistati non sono rappresentativi di tutti gli studenti della scuola. **ha intervistato solo quelli della sezione musicale**
- D. Gli studenti sono stati intervistati solo una volta.

**D17. La formula  $L = L_0 + K \times P$  esprime la lunghezza  $L$  di una molla al variare del peso  $P$  applicato.  $L_0$  rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla;  $K$  indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.**

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:

**"È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)"?**

- A.  $L = 10 + 0,5 \times P$  molto corta significa che "a riposo"  $L_0$  è piccolo; molto dura significa che si allunga poco anche con pesi grandi, quindi anche  $K$  ha valori piccoli.
- B.  $L = 10 + 7 \times P$
- C.  $L = 80 + 0,5 \times P$
- D.  $L = 80 + 7 \times P$

**D18. Elisa e Paolo stanno cercando di rispondere a questa domanda:**

**“Qual è la coppia di numeri interi  $a, b$  (diversi fra loro) tali che  $a^b = b^a$ ?”**

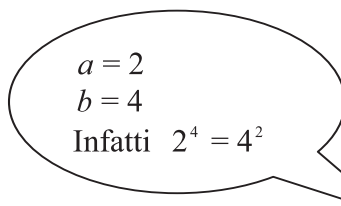
**Ecco le loro soluzioni.**



$a = 1$   
 $b = 2$   
 Infatti  $1^2 = 2^1$

**ELISA**

1 alla seconda =  $1 \times 1 = 1$   
 2 alla prima = 2, Elisa sbaglia!



$a = 2$   
 $b = 4$   
 Infatti  $2^4 = 4^2$

**PAOLO**

**Chi ha ragione?**

- A. Solo Elisa
- B. Solo Paolo
- C. Entrambi
- D. Nessuno dei due

2 alla quarta =  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$   
 4 alla seconda =  $4 \times 4 = 16$   
 Paolo ha ragione!

**D19. Un bicchiere contiene  $\frac{1}{4}$  di litro di acqua.**

**Se si vuole riempire una bottiglia da 1,5 litri, quanti bicchieri di acqua bisogna versare nella bottiglia?**

Risposta: ..... **6 bicchieri** .....

Quattro bicchieri da  $\frac{1}{4}$  formano un litro, per formarne ancora mezzo litro occorrono altri due bicchieri. Quindi  $4 + 2 = 6$  bicchieri.

Oppure si divide 1,5 per  $\frac{1}{4}$  ricordando che dividere per una frazione significa moltiplicare per il suo inverso abbiamo che:  
 $1,5 \times 4 = 6$

**D20.** Si vuole dipingere un muretto di separazione tra i giardini di due case adiacenti. Il muretto, lungo 5 m, con uno spessore di 0,2 m e una altezza di 1 m, appoggia con una delle facce laterali sulla parete delle case, come in figura.



Quanto misura la superficie da dipingere?

- A.  $10,4 \text{ m}^2$  Le due facce lunghe e verticali hanno una superficie di  $5 \times 1 = 5$  metri quadrati ciascuna.
- B.  $11,2 \text{ m}^2$  la faccia piccola verticale  $= 0,2 \times 1 = 0,2$  metri quadrati  
l'unica faccia orizzontale  $= 5 \times 0,2 = 1$  metro quadrato.
- C.  $11,4 \text{ m}^2$
- D.  $12,4 \text{ m}^2$  In totale  $= 5 + 5 + 0,2 + 1 = 11,2$  metri quadrati

**D21. La seguente tabella mostra il numero di iscritti a un club sportivo.**

	Minori di 18 anni	Maggiori di 18 anni
Maschi	20	15
Femmine	18	22

**a. Se viene scelta a caso una delle persone iscritte al club, qual è la probabilità che sia un maschio?**

A.  $\frac{20}{35}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{35}{40}$

D.  $\frac{35}{75}$

In totale le persone iscritte al club sono:  
 $20+18+15+22=75$   
 I maschi sono:  $20+15=35$   
 La probabilità quindi è di  $35/75$

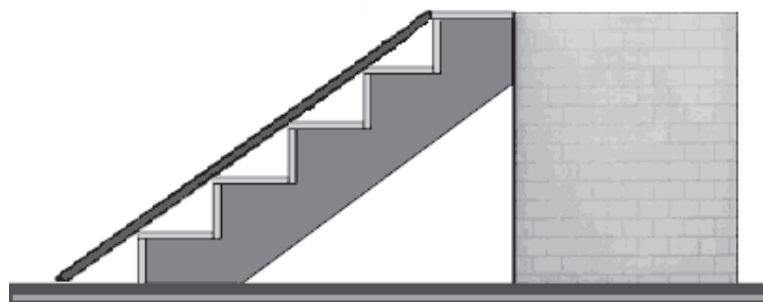
**b. Qual è la probabilità che la persona scelta a caso abbia più di 18 anni?**

Risposta: .....  $\frac{37}{75}$  .....

La persona scelta a caso tra i 75 iscritti avrà più di 18 anni in  $15+22$  casi su 75 cioè con una probabilità di  $37/75$



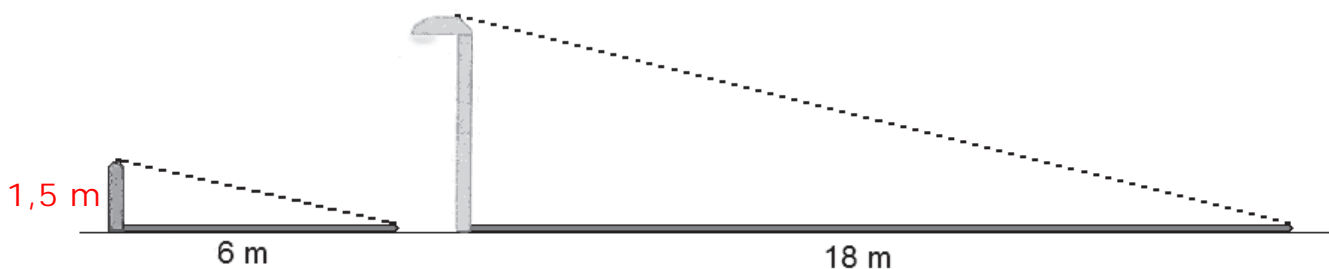
**D22.** Una scala, costituita da 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, deve essere coperta da una tavola di legno utilizzata come scivolo per il trasporto di alcune merci. Qual è il procedimento corretto per trovare la lunghezza dello scivolo?



- A.  $(\sqrt{18^2} + \sqrt{24^2}) \times 5$
- B.  $\sqrt{(24+18)^2} \times 5$
- C.  $\sqrt{24^2 + 18^2} \times 5$
- D.  $\sqrt{(24^2 + 18^2)} \times 5$

Lo scivolo è formato dalla somma delle cinque ipotenuse dei triangoli rettangoli. I triangoli hanno i cateti lunghi 18 e 24 cm. Quindi la formula esatta è la C che moltiplica per 5 la misura dell'ipotenusa.

**D23.** A una certa ora di una giornata di dicembre, un bastone lungo 1,5 m, piantato nel terreno perpendicolarmente ad esso, proietta un'ombra lunga 6 m. Alla stessa ora, un palo della luce proietta un'ombra di 18 m.



**Quanto è alto il palo?**

Risposta: ..... **4,5** ..... m

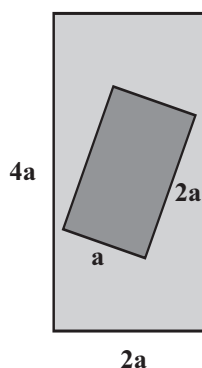
I due triangoli sono simili perché hanno angoli uguali, quindi hanno i lati in proporzione.

$$6 : 18 = 1,5 : x$$

risolvendo la proporzione abbiamo che

$$x = 18 \text{ per } 1,5 \text{ diviso } 6 = 4,5 \text{ metri}$$

**D24.** In un prato (rettangolo più grande) è stata costruita una piscina (rettangolo più piccolo) come vedi in figura.



**La superficie di prato rimasta è:**

- A.  $8a^2$
- B.  $6a^2$
- C.  $9a$
- D.  $3a$

$$\text{Area rettangolo più grande: } 2a \times 4a = 8a^2$$

$$\text{Area piscina: } a \times 2a = 2a^2$$

$$\text{Area prato rimasta: } 8a^2 - 2a^2 = 6a^2$$

**D25. Quale fra le seguenti disuguaglianze è quella corretta?**

- A.  $\frac{3}{10} < \frac{3}{5} < \frac{3}{20}$
- B.  $\frac{4}{10} < \frac{3}{5} < \frac{11}{20}$
- C.  $\frac{5}{10} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20}$
- D.  $\frac{7}{10} < \frac{3}{5} < \frac{13}{20}$

Trasformiamo tutte le frazioni in ventesimi:

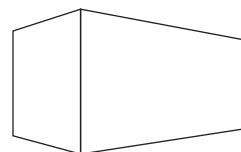
$$\frac{6}{20} < \frac{12}{20} < \frac{3}{20} \text{ FALSA}$$

$$\frac{8}{20} < \frac{12}{20} < \frac{11}{20} \text{ FALSA}$$

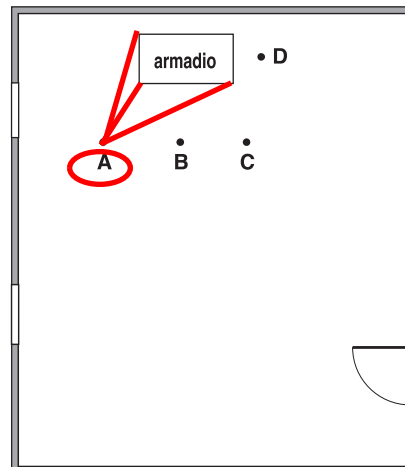
$$\frac{10}{20} < \frac{12}{20} < \frac{13}{20} \text{ VERA}$$

$$\frac{14}{20} < \frac{12}{20} < \frac{13}{20} \text{ FALSA}$$

**D26. Un alunno, osservando dal suo banco l'armadio posto nell'aula, lo ha rappresentato mediante uno schizzo in prospettiva, cioè come lo vede. Cerchia sulla piantina dell'aula la lettera corrispondente alla posizione dell'alunno rispetto all'armadio.**



Schizzo in prospettiva  
eseguito dall'allievo



Piantina in scala 1:50

Risposta esatta: A

